

EDITORA ESCOLHA CERTA

2040

# DESENVOLVIMENTO DE PESQUISA

*na área de exatas nos tempos atuais*

**Organizadores**

Ana Paula de Andrade Janz Elias

Dinamara Pereira Machado

Flavia Sucheck Mateus da Rocha

Guilherme Augusto Pianezzer

2024

## FICHA CATALOGRÁFICA

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)**

Desenvolvimento de pesquisas na área de exatas nos  
tempos atuais [livro eletrônico] / organização  
Dinamara Pereira Machado...[et al.]. --  
Curitiba, PR : Escolha Certa Editora,  
2024.  
PDF

Vários autores  
Outros organizadores: Ana Paula de Andrade Janz  
Elias, Guilherme Augusto Pianezzer, Flavia Suheck  
Mateus da Rocha.  
Bibliografia.  
ISBN 978-65-85446-13-6

1. Ciências exatas 2. Educação 3. Professores -  
Formação profissional 4. Tecnologia educacional  
I. Machado, Dinamara Pereira. II. Elias, Ana Paula de  
Andrade Janz. III. Pianezzer, Guilherme Augusto.  
IV. Rocha, Flavia Suheck Mateus da.

24-213238

CDD-370.71

**Índices para catálogo sistemático:**

1. Professores : Formação : Educação 370.71

Eliane de Freitas Leite - Bibliotecária - CRB 8/8415

# SUMÁRIO

Metodologias contemporâneas na Educação Básica brasileira **13**

---

A Inteligencia Artificial na Educação: chatbos, aprendizagem e aplicação na Matemática **17**

---

O Uso de Jogos Digitais aliado ao Ensino da Matemática **21**

---

Sistema de Ensino Híbrido: Alternativa para os dias atuais **23**

---

Metodologias Contemporâneas na Educação Básica: Revisão bibliográfica de trabalhos publicados no contexto internacional **27**

---

Jogos como recursos didáticos nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática de alunos com Transtorno do Espectro Autismo **31**

---

Ensino de matemática, tecnologias digitais e turismo: possibilidades de utilização da geometria do táxi com atrativos turísticos por meio do google maps **35**

---

Possibilidades do uso do geogebra para a representação geométrica de funções por Séries de Fourier **41**

---

Estudo de caso: aplicação da teoria dos jogos no processo de venda da buscapé pela empresa Zoom **45**

---

# SUMÁRIO

Teoria dos jogos: análise da crise de segurança pública do es em 2017 **49**

---

Desenvolvimento de uma calculadora utilizando Arduino **53**

---

O uso da linguagem de programação Python para o ensino em Matemática na educação básica **63**

---

O que se pesquisa em Matemática atualmente **69**

---

Loop QuantumGravity (Lqg) de Carlo Rovelli- utilidade e Importância do seu estudo por graduandos em Física **73**

---

O trânsito de São Paulo sob a perspectiva da Teoria dos Jogos **79**

---

Ensino de matemática, tecnologias digitais e turismo: possibilidades de utilização da geometria do táxi com atrativos turísticos por meio do Google maps **83**

---

A abordagem da Economia Circular e Solidária em comunidades marginalizadas de Florianópolis **85**

---

Equilíbrio de Nash e Ótimo de Pareto: uma análise da eficiência do transporte público em São Paulo através da Teoria dos Jogos **89**

---

## APRESENTAÇÃO

A obra “Desenvolvimento de Pesquisas na Área de Exatas em Tempos Atuais” reúne diferentes estudos que tratam de metodologias contemporâneas utilizadas na área das exatas, bem como suas aplicações práticas. Contém 18 capítulos escritos por alunos dos cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, Física e Química de uma instituição de ensino superior no Brasil. Os capítulos são resultantes de pesquisas desenvolvidas por discentes em parceria com os docentes dos cursos supracitados.

O livro inicia com uma análise das metodologias educacionais utilizadas no contexto da educação básica brasileira. Em seguida, é apresentada uma investigação sobre o impacto da inteligência artificial na educação, com particular atenção aos chatbots e suas aplicações na aprendizagem matemática.

O uso de jogos digitais como aliados ao ensino da matemática é outro tema abordado. Além disso, dois capítulos exploram a integração de tecnologias digitais no ensino da matemática como o uso do Google Maps para ensinar geometria e a aplicação do software GeoGebra para representar funções matemáticas.

Em um dos capítulos, o sistema de ensino híbrido é apresentado como uma alternativa viável para os desafios educacionais dos dias atuais, combinando métodos tradicionais e digitais para uma educação mais flexível e acessível.

Na sequência, apresenta-se uma pesquisa com metodologia de revisão bibliográfica em que faz o levantamento sobre práticas contemporâneas utilizadas na educação básica a partir de trabalhos publicados no contexto internacional. O livro também trata sobre o uso de jogos didáticos no ensino de matemática para alunos com transtorno do espectro autista destacando estratégias inclusivas.

A teoria dos Jogos é apresentada em diferentes capítulos, um deles contempla um estudo de caso que trata da aplicação da teoria dos jogos em vendas online, outra pesquisa contribui com a análise da crise de segurança pública, além da análise do trânsito numa grande cidade brasileira a partir da teoria dos jogos.

A obra também aborda temas como o desenvolvimento de uma calculadora a partir do software Arduino, o uso da linguagem de programação Python na educação matemática e a importância do estudo do LQG por parte dos estudantes do curso de Física. Além disso, em um dos capítulos é apresentada discussões sobre o estado atual da pesquisa em matemática.

Outros capítulos apresentam a criação de algoritmos computacionais para critérios de divisibilidade e a exploração de modelos econômicos em comunidades marginalizadas.

Por fim, o livro examina o equilíbrio de Nash e o ótimo de Pareto aplicados ao transporte público.

Diante do exposto, o leitor pode perceber que esta obra apresenta pesquisas relacionadas a área de Exatas, especialmente à área de Matemática. Sendo assim, sua leitura é relevante para educadores, pesquisadores e estudantes interessados em tendências educacionais e práticas voltadas para as ciências exatas. A obra apresenta teorias, metodologias e oferece aplicações práticas que visam demonstrar a importância e a utilidade das pesquisas em diferentes contextos sociais.

Boa leitura!

Os organizadores

## **METODOLOGIAS CONTEMPORÂNEAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA BRASILEIRA**

SANTOS, Emille Souza dos<sup>1</sup>

PEDRA, Luis<sup>2</sup>

CARVALHO, Marcelina Maria<sup>3</sup>

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz<sup>4</sup>

Com avanço das tecnologias, é necessário que o educador transforme sua práxis pedagógica de modo a convidar o discente a participar das aulas, para que o mesmo tenha autonomia na busca do conhecimento. Freire (1996, p.26) elucida que ao pensar sobre o dever que tenho, como professor, de respeitar a dignidade do educando, sua autonomia, sua identidade em processo, devo pensar também, em uma prática educativa em que aquele respeito, que se deve ter ao educando, se realize. Nesse contexto, o professor é desafiado a envolver a Geração Alpha nos processos de ensino e de aprendizagem, sabendo que o mesmo tem uma gama de recursos imediatos. Conforme a definição do sociólogo australiano Mark McCrindle (2021, p.54), o termo Geração Alpha se refere às crianças nascidas a partir do ano de 2010, a característica mais marcante dessas pessoas é o fato de terem nascido em um mundo praticamente digital. Diante disso, os docentes necessitam de novos olhares com estratégias mais assertivas, visto que hoje, os discentes podem ser autodidatas e tendem a aprender de modo mais dinâmico. Segundo Tabile e Jacometo (2017) entende-se a aprendizagem como um processo dinâmico e interativo da criança com o mundo que a cerca, garantindo-lhe a apropriação de conhecimentos e estratégias adaptativas a partir de suas iniciativas e interesses e dos estímulos que recebe de seu meio social. Partindo desse pressuposto este estudo, que ainda está em fase de desenvolvimento, está norteado nas indagações: uso de metodologias contemporâneas no contexto da educação básica brasileira e

---

<sup>1</sup> Graduanda em Licenciatura em Química-UNINTER; emillesouzadossantos@gmail.com.

<sup>2</sup> Graduando em Licenciatura em Física-UNINTER; luis.pedra@yahoo.com.br.

<sup>3</sup> Graduanda em Matemática- UNINTER; marcelinacarvalho997@gmail.com

<sup>4</sup> Professora da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; ana.el@uninter.com

quais são os impactos das metodologias aplicadas no processo de ensino. a pesquisa tem por objetivo verificar o que as pesquisas brasileiras elucidam sobre metodologias contemporâneas no contexto da Educação Básica, para isso realizou-se uma revisão sistemática, proveniente de três bases de dados: Google Acadêmico<sup>5</sup>, Portal de Periódicos da Capes<sup>6</sup> e Scielo<sup>7</sup>, de acordo com Sampaio e Mancini (2007) uma revisão sistemática, assim como outros tipos de estudo de revisão, é uma forma de pesquisa que utiliza como fonte de dados a literatura sobre determinado tema. Esse tipo de investigação disponibiliza um resumo das evidências relacionadas a uma estratégia de intervenção específica, mediante a aplicação de métodos explícitos e sistematizados de busca, apreciação crítica e síntese da informação selecionada. Foram utilizados os descritores **metodologias contemporâneas**, **ensino** e **aprendizagem** e foram encontrados um total de 848 artigos, ao final do texto é possível notar uma tabela detalhando o quantitativo de artigos encontrados em cada base (**Tabela 1**). Utilizando os critérios de inclusão: relação com o tema proposto, uso de metodologias contemporâneas, metodologias aplicadas no cenário brasileiro e na Educação Básica, foram incluídos no estudo, após leitura dos títulos 367 artigos após a leitura dos resumos foram incluídos 224 artigos. O resultado esperado para esse estudo é caracterizar as metodologias mais aplicadas no cenário brasileiro. Sendo assim, após a leitura dos textos na íntegra dos artigos selecionados, os autores irão avaliar as principais ideias dos autores incluídos na pesquisa, visando responder as indagações que norteiam esta pesquisa. Vargas e Silva (2019) afirmam que atualmente, o ensino enfrenta uma grande variedade de desafios relacionados com a atualização, revisão e desenvolvimento de práticas pedagógicas que respondam às novas necessidades e características de uma população em constante mudança. É notável que os discentes brasileiros detêm da necessidade por aulas cada vez mais prazerosas e desafiadoras para que o conhecimento seja adquirido de forma intuitiva, sendo assim, os professores necessitam de novas estratégias,

---

<sup>5</sup> <https://scholar.google.com.br/?hl=pt>

<sup>6</sup> <https://www-periodicos-capes-gov-br.ezl.periodicos.capes.gov.br/index.php>

<sup>7</sup> <https://www.scielo.br/>



objetivando modificar suas aulas sendo utilizadas metodologias inovadoras e/ou tecnológicas. Portanto, o estudo em desenvolvimento visa contribuir com os educadores, indicando as principais metodologias contemporâneas utilizadas na sala de aula.

**Tabela 1:** Quantitativo de artigos encontrados nas bases de dados.

	Google Acadêmico	Portal Periódicos de Capes	SciELO	Número total de artigos encontrados
Número de artigos encontrados.	283 artigos	292 artigos	333 artigos	608 artigos
Número de artigos incluídos, após leitura de títulos.	105 artigos	184 artigos	78 artigos	367 artigos
Número de artigos incluídos, após leitura de resumos.	40 artigos	144 artigos	36 artigos	220 artigos

Fonte: Os autores, 2023.

## REFERÊNCIAS

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

MCCRINDLE, Mark; FELL, Ashley. **Generation Alpha**. 1ª ed. Austrália: Headline Home, 2021.

VARGAS, Iván Ricardo Perdomo; SILVA, Julie Alejandra Rojas. La ludificación como herramienta pedagógica: algunas reflexiones desde la psicología. **Revista de Estudios y Experiencias en Educación**, v. 18, n. 36, p. 161–175, 1 abr. 2019. Disponível em:

[https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S0718-51622019000100161&lng=es&nrm=iso&tlng=en](https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0718-51622019000100161&lng=es&nrm=iso&tlng=en). Acesso em: 20/04/2023.

SAMPAIO, R. F.; MANCINI, M. C. Estudos de Revisão Sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. V. 11, n. 1. São Carlos-SP: **Revista Brasileira de Fisioterapia**, p. 83-89, 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbfis/a/79nG9Vk3syHhnSgY7VsB6jG/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 20/04/2023.

TABILE, Ariete Fröhlich; JACOMETO, Marisa Claudia Durante. Fatores influenciadores no processo de aprendizagem: um estudo de caso. São Paulo: **Revista Psicopedagogia**, v. 34, n. 103, p. 75-86, 2017. Disponível em: [http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_abstract&pid=S0103-84862017000100008](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0103-84862017000100008). Acesso em: 20/04/2023.

## **A INTELIGENCIA ARTIFICIAL NA EDUCAÇÃO: CHATBOS, APRENDIZAGEM E APLICAÇÃO NA MATEMÁTICA**

LOPES, Lucas Diniz<sup>8</sup>

MARINHO, Rosenilda Mendes Robaskievicz<sup>9</sup>

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz<sup>10</sup>

Este projeto de pesquisa tem como tema a análise do impacto dos chatbots na educação e a aplicação na disciplina de matemática. O objetivo geral é compreender de que forma a utilização da inteligência artificial como os chatbots, podem influenciar no processo de aprendizagem dos estudantes e como pode ser a prática dos professores com a aplicação destes recursos na matemática. Para alcançar esse objetivo, serão estabelecidos objetivos específicos, tais como: identificar a tecnologia dos chatbots como inteligência artificial aplicadas ao ensino da matemática; identificar os benefícios e desafios da utilização dessa tecnologia. A metodologia utilizada será a pesquisa bibliográfica, por meio da análise de artigos, livros e teses sobre o tema, com o objetivo de mapear e sintetizar as principais evidências relacionadas ao impacto da inteligência artificial dos chatbots na educação. Serão selecionados estudos publicados nos bases de dados como SciELO, Web of Science e Google Scholar. Os resultados esperados deste projeto são a identificação das principais inteligências artificiais ligadas aos chatbots, e compreender os benefícios e desafios associados à sua utilização na educação. De acordo com Russell e Norvig (2010), inteligência artificial é um campo de estudo que busca criar máquinas capazes de realizar tarefas que requerem inteligência humana, como reconhecimento de fala, visão computacional, tomada de decisão e aprendizado. De acordo com Coelho e Teixeira (2018), chatbots são programas de computador que simulam conversas humanas através de mensagens de texto ou voz, utilizando inteligência artificial para entender a linguagem natural dos usuários e responder de forma adequada. O estudo deve buscar como os chatbots podem ser programados para fornecer

---

<sup>8</sup> Licenciatura em Matemática, UNINTER; lucasdlopes93@gmail.com.

<sup>9</sup> Licenciatura em Matemática, UNINTER; rose.robaskievicz@gmail.com.

<sup>10</sup> Professora da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; ana.el@uninter.com

dicas e sugestões para a resolução de problemas matemáticos. Um estudo recente sobre o uso de chatbots em matemática foi realizado por Zhang et al. (2020). Os resultados do estudo mostraram que o uso do chatbot melhorou significativamente o desempenho dos estudantes em relação aos que não utilizaram o chatbot. Segundo pesquisa realizada por Wang et al. (2020), o uso de chatbots na educação pode melhorar significativamente o desempenho dos alunos. Os resultados indicaram que os alunos que usaram chatbots apresentaram melhor desempenho em testes de compreensão de leitura do que aqueles que não usaram. Os autores Guerreiro e Barros (2019) discutem como os chatbots podem ser programados para fornecer suporte aos estudantes em diversas áreas, incluindo matemática e programação, e como essas ferramentas podem ser integradas em ambientes virtuais de aprendizagem. De acordo com a pesquisa de Tapia et al. (2017), muitos estudantes sentem ansiedade e medo em relação à matemática, e essa ansiedade pode afetar negativamente seu desempenho na disciplina. A utilização de chatbots pode ser uma estratégia eficaz para ajudar os estudantes a superar essa ansiedade e melhorar seu desempenho em matemática. A discussão dos dados obtidos será realizada a partir da análise dos resultados da pesquisa bibliográfica da literatura, buscando identificar as principais tendências e lacunas na pesquisa sobre o tema. Segundo Figueiredo, Melo e de Lima (2018), o chatbot pode ser utilizado como uma ferramenta de suporte na sala de aula invertida, permitindo que os estudantes recebam orientações personalizadas e auxílio para resolver exercícios de matemática de forma mais eficiente, o que pode potencializar a aprendizagem. Serão apresentadas as conclusões em relação aos objetivos específicos propostos, bem como serão levantadas questões para futuras pesquisas. Por fim, as considerações finais deste projeto enfatizarão a importância da utilização de tecnologias educacionais como uma estratégia para melhorar a qualidade do ensino. De acordo com Souza et al. (2022), a utilização do Zapsolver como um chatbot direcionado ao ensino e aprendizagem de Matemática apresentou resultados satisfatórios, proporcionando aos estudantes uma forma mais interativa e eficiente de solucionar problemas matemáticos, além de melhorar a autonomia dos estudantes e a comunicação com o professor. Serão destacados

os principais resultados encontrados na pesquisa bibliográfica, o que já foi explorado na área de chatbots em matemática no ensino, bem como serão apresentar recomendações dessa tecnologia nas instituições de ensino, caso a pesquisa mostre ser uma tecnologia viável e com relevância para a educação, tendo como foco as áreas da matemática, mas podendo servir de base para aplicação nas demais áreas de ensino. Como resultado deste trabalho espera-se que a pesquisa sobre chatbots em matemática possa contribuir para o desenvolvimento de uma educação mais inclusiva e acessível, tornando a aprendizagem de matemática mais fácil e agradável para estudantes de todas as habilidades e níveis.

## **REFERÊNCIAS**

COELHO, D. S.; TEIXEIRA, A. M. A. Chatbots: o que são, para que servem e como funcionam. *Revista Web*, v. 21, n. 3, p. 308-320, 2018.

FIGUEIREDO, Maria Angélica; MELO, Jorge Nazareno Batista; DE LIMA, José Valdeni. Sala de aula invertida com apoio de um chatbot: uma alternativa de ensino para potencializar a aprendizagem da matemática. 2018

GUERREIRO, Anibal; BARROS, Daniela Melaré Vieira. Novos desafios da educação a distância: programação e uso de Chatbots. 2019.

SOUZA, Camila Mayara Cardoso de et al. Zapsolver: um bot direcionado ao ensino aprendizagem de Matemática. 2022.

TAPIA, M.; MASON, E.; RODRIGUEZ, C. Anxiety and Mathematics: An Exploration of What Mathematics Anxious Students Bring to the Classroom. *Journal of Mathematics Education at Teachers College*, v. 8, n. 1, p. 21-28, 2017.

WANG, Y. et al. The Effectiveness of AI-Enabled Chatbots in Education: An Empirical Study. *Journal of Educational Computing Research*, v. 58, n. 4, p. 875-897, 2020.

ZHANG, Y., SHANG, J., REN, M., CAO, Z., & LIN, S. (2020). An Adaptive Learning Based Chatbot for Supporting Mathematics Learning. *Journal of Educational Computing Research*, 57(3), 807-829.

## O USO DE JOGOS DIGITAIS ALIADO AO ENSINO DA MATEMÁTICA

OLIVEIRA, Ana Carine Otaram de<sup>11</sup>

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz<sup>12</sup>

O tema selecionado para essa pesquisa tem o intuito de explorar a temática do uso de jogos digitais aliado ao ensino da Matemática. Essa temática, foi escolhida com o propósito de averiguar quais maneiras os docentes de matemática podem utilizar jogos digitais em sala de aula no ensino fundamental II. Atualmente a tecnologia está cada vez mais presente no meio em que vivemos, no jeito que fazemos nossas compras, como a pagamos, como nos comunicamos, como trabalhamos e na educação não seria diferente. Segundo Papert (1980), que foi um dos primeiros matemáticos a considerar o uso de computadores como ferramentas educacionais (Soffner 2013), a internet vem cada vez mais trazendo melhorias e facilidades para nosso dia a dia, nos trazendo oportunidades de termos mais interação entre os alunos e o conhecimento. Segundo Prensky (2001) essa nova geração de alunos, já são conectados naturalmente com as tecnologias, como as redes sociais, jogos digitais, ferramentas da web e aplicativos. Ele os definiu como nativos digitais, porque cresceram inseridos nesse meio, vivenciando as tecnologias em seu dia a dia desde o seu nascimento. Refletindo sobre essa sociedade tecnológica atual e as incessantes modificações pelo qual o ensino está atravessando, este estudo tem o objetivo de pesquisar as diferentes formas de introduzir os jogos digitais nas aulas de matemática no ensino fundamental II. Segundo Prensky (2001), na contemporaneidade em que vivemos, a tecnologia está em todas as partes e nas salas de aula não seria diferente. As crianças e os jovens desde cedo tem contato com a tecnologia, diferente das gerações anteriores, como seus pais e avós. Por isso, temos que buscar opções de inserir os jogos digitais em sala de aula no ensino da matemática e assim aproveitar as tecnologias que estão disponíveis para nosso uso. Segundo Perius (2012), as novas tecnologias

---

<sup>11</sup> Licenciatura em Matemática, Centro Universitário Internacional UNINTER, 3383021@alunouninter.com

<sup>12</sup> Professora da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; ana.el@uninter.com

podem ser aproveitadas pela educação, assim contribuindo com seus avanços nos seus denominados espaços virtuais e também podendo ser utilizadas na educação da matemática, como mais uma opção de enriquecermos e trazermos novas possibilidades de metodologias de ensino. Mas não esquecendo que, o papel do professor como mediador da educação não é substituível pela tecnologia. Para atingir o objetivo citado anteriormente, será selecionado e analisado artigos científicos que tratam sobre o uso de jogos digitais aliado ao ensino da matemática. Este estudo irá utilizar de uma revisão bibliográfica. Segundo Lakatos e Marconi (1992), conhecimento científico é algo real, porque lida com ocorrências ou fatos, que já tiveram sua veracidade ou falsidade conhecidas através da experimentação, a pesquisa bibliográfica utiliza fontes que já foram publicadas, como artigos e livros principalmente. Assim, serão examinados artigos científicos que tratem do tema proposto, para integrar o referencial teórico. Será feita uma pesquisa bibliográfica na base de dados Google Acadêmico<sup>2</sup>. Irão ser utilizadas algumas palavras chaves como **jogos digitais, matemática, Fundamental II**. Como esta pesquisa está na fase de plano de ação, os resultados e discussões acerca dos resultados obtidos, estão na fase inicial. O objetivo é atingir as metas estabelecidas anteriormente e faremos uma minuciosa análise nos resultados encontrados.

## REFERÊNCIAS

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas, 1999.

PERIUS, Ana Amélia Butzen. **A tecnologia aliada ao ensino da matemática**. Cerro Largo, UFRGS Repositório Digital, 2012.

QUEM SÃO OS GRANDES PENSADORES SOBRE INOVAÇÃO EM EDUCAÇÃO? **Fundação Telefônica Vivo**, 2018. Disponível em: [http://Quem\\_são\\_os\\_grandes\\_pensadores\\_sobre\\_inovação\\_em\\_educacao?\(fundacaotelefonicaorg.br\)](http://Quem_são_os_grandes_pensadores_sobre_inovação_em_educacao?(fundacaotelefonicaorg.br)). Acesso em: 15 de abril. 2023.

SOFFNER, Renato. **Tecnologia e Educação: Um diálogo Freire-Papert**. Recife: Tópicos Educacionais – UFPE, 2013.

VIEIRA, Amanda. **Entenda o que são os Nativos Digitais e descubra a maior contradição da nova Era**. Disponível em: [http://Nativos\\_Digitais\\_o\\_que\\_são\\_características\\_e\\_desafios\\_-\\_Apetrecho\\_Digital](http://Nativos_Digitais_o_que_são_características_e_desafios_-_Apetrecho_Digital). Acesso em: 10 de abril. 2023.

## SISTEMA DE ENSINO HÍBRIDO: ALTERNATIVA PARA OS DIAS ATUAIS

SILVA, Fatima<sup>13</sup>

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz<sup>14</sup>

Sistema de ensino híbrido, é um modelo de educação onde se verifica dois métodos de ensino, o formal e o on-line; ambos auxiliam tanto o ato de ensinar, quanto a aprendizagem dos alunos na escola. Segundo Shiehl (2017); Gasparini (2017), estes métodos valorizam a interação, o aprendizado coletivo e o colaborativo, pois, abrangem várias pessoas para sua elaboração quando produzidos em conjunto. O objetivo deste trabalho é mostrar de que forma o ensino híbrido pode favorecer os alunos e professores, como também, especificar, de que maneira “este modelo pode melhorar a relação de ensino-aprendizagem da matemática” (XOTESLEM, 2018). Para tanto, foi realizada uma pesquisa no google acadêmico com as palavras-chave: sistema híbrido, educação; cujo resultado foi de aproximadamente 21.800 títulos, dentre eles retirei aleatoriamente uma amostragem de 10 conteúdos, dos quais foram selecionados quatro, por se tratarem de textos realizados com a mesma metodologia proposta neste trabalho - narrativa literária, “metodologia que proporciona rápida atualização do conhecimento acerca de determinado tema” (ROTHER, 2007, pag.01). A seguir, foram lidos mais dois artigos disponíveis <sup>15</sup>. No primeiro, Xoteslem (2018), propõe o ensino híbrido como ferramenta didática e em sua pesquisa utiliza a plataforma Khan Academia <sup>16</sup> no modelo virtual, com o intuito de levantar dados para fazer comparação entre o modelo tradicional de ensino e o híbrido. Através de adaptações na plataforma, criou uma perspectiva na maneira de ensinar, a qual chamou de Personificação do Ensino em Matemática, utilizando-a para sua pesquisa verificou que os alunos beneficiados por este método, adquiriram maior autonomia e criticidade o que lhes favoreceu o aprendizado (XOTESLEM,2018). No segundo, análises estatísticas revelam

---

<sup>13</sup> Aluna de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário Internacional UNINTER; fatimaprota2018@gmail.com

<sup>14</sup> Professora da área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; ana.el@uninter.com

<sup>15</sup> material didático ofertado pela instituição de ensino

<sup>16</sup> <https://pt.khanacademy.org>

que o ensino e a aprendizagem nos formatos tradicionais, não atendem mais aos estudantes (SCHIEHL, 2017; GASPARIANI, 2017). Este movimento em prol do sistema de ensino híbrido, está associado ao ensino personalizado onde se utiliza as ferramentas possíveis, entre elas as novas tecnologias ( CASTRO, 2015 et al.). Para haver a possibilidade de implantação do ensino híbrido nas escolas, nos ensina Castro et al. (2015), é necessário incentivar o docente a fazer experiências de sala de aula invertida, sendo que uma das formas de inverter uma sala de aula é o ensino baseado no trabalho em grupo (*team-based learning* ) e no desenvolvimento de projetos (*Project-based learning*). Não devemos pensar que as salas de aula invertidas substituem os professores por computadores, pois os professores serão sempre essenciais (CASTRO, 2015 et al.). A literatura nos relata que o modelo de sala de aula invertida é uma proposta de repensar os processos de ensino e de aprendizagem (e os espaços onde ocorrem), objetivando a inserção das tecnologias educacionais para que elas sirvam como otimizadoras (SCHNEIDERS, 2018). As tecnologias possibilitaram a aplicação de algumas tendências educacionais, dentre elas estão a aprendizagem baseada em jogos digitais, *mobile learning*, e o ensino a distância, *Cloud School*. Pesquisas realizadas pela *New Media Consortium*, (NMC), uma comunidade internacional de especialistas em tecnologia educacional, revelou que o modelo de ensino híbrido é uma das tendências de ensino contemporâneo mais relevantes.( SILVA, 2017). Devido a oferta de conhecimento disponível na rede da internet, o professor deixou de ser a única referência de conteúdos para os alunos. Fato que motiva a aliar as tecnologias ao ensino, no sentido de obrigatoriamente buscar na internet conhecimento que complemente os dados na sala de aula (FRANCO, 2017). Por exemplo, prossegue, o último autor, a plataforma MangaHigh,<sup>17</sup> é interessante e atraente para aqueles que gostam de jogos e de disputas on-line. Há a possibilidade de cadastro nas escolas com uso ilimitado e ela dispõe de jogos on-line com conteúdos de matemática que são bastante didáticos (FRANCO, 2017). As tecnologias são essenciais como facilitadoras, porém, é quando os alunos interagem de forma presencial, dirigindo-se uns aos outros de maneira tradicional, é que se pode observá-los

---

<sup>17</sup> <https://www.mangahigh.com>pt.br>



socializar conhecimentos, dialogar sobre dificuldades, falar sobre sutilezas e transmitir suas alegrias. Por fim, de acordo com os autores supra citados e suas narrativas, entendo que está satisfeita a proposta a que se destina este trabalho.

## REFERÊNCIAS

- CASTRO, A. E. et al. Ensino híbrido: desafio da contemporaneidade. Periódico científico projeção e docência/v.6,n.2,2015/ISSN:2178-6275. Disponível em: <https://revista.faculdadeprojecao.edu.br>article>view>. Acesso em 18.04.2023.
- FRANCO, A. S. D. Ensino híbrido usando o portal da matemática e projetos de trabalhos práticos. 2017. 75 p. **Dissertação (mestrado em Matemática)** – Universidade Federal do Rio Grande-FURG/.RS. 2017. Disponível em: <https://repositorio.furg.br>handle>. Acesso em 18.04.2023.
- ROTHER, E. T. Revisão Sistemática x revisão narrativa.2007. v20.2f. Disponível em: <https://www.sielo.br>ape>. Acesso em 18.04.2023.
- SCHIEHL, E.P. ; GASPARINI, I. Modelo de Ensino Híbrido: um mapeamento sistemático de literatura.2017.10 p. VI Congresso Brasileiro de Informática na Educação (CBIE 2017), Anais do XXVIII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE 2017). Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC). Joinville-SC. 2017. Disponível em: <http://ojs.sector3.com.br/index.php/sbie/article/view/7529/5325>. Acesso em 18.04.2023.
- SCHNEIDERS, L. A. **O método de sala de aula invertida**. Lajeado-Editora Univates.1ª edição, 2018.
- SILVA, J. B. Contributo das tecnologias digitais para o ensino híbrido: o rompimento das fronteiras espaço-temporais historicamente estabelecido e suas implicações no ensino. **Artefactum**-Revista de estudos em linguagem.v.15,n.2 ed. Disponível em: <http://artefactum.rafrom.com.br/index.php/artefactum>. Acesso em 18.04.2023.
- XOTESLEM, W. V. Personalização do ensino de Matemática na perspectiva do Ensino Híbrido.2018.82 p .**Dissertação** (mestrado em Matemática)- Universidade de Brasília-Instituto de Ciências Exatas.PROFMAT/DF. 2018. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/33002>. Acesso em 18.04.2023.

## **METODOLOGIAS CONTEMPORÂNEAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DE TRABALHOS PUBLICADOS NO CONTEXTO INTERNACIONAL**

ALMEIDA, Lucas Fernandes Ferreira de<sup>18</sup>

MATOS, Karen Mainardes<sup>19</sup>

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz<sup>20</sup>

Nos atuais tempos contemporâneos na sociedade brasileira e internacional, a Educação Básica sofre diversas complicações no que diz respeito aos processos de ensino e aprendizagem. Um dos principais obstáculos é a ausência da percepção dos educandos sobre a relevância dos conteúdos ensinados (STUCKEY, 2013; POTVIN, HASNI, 2014 apud ANDERHAG, 2016 ZIDNY, 2020). Nesse contexto, há contratempos para entender a relevância do conhecimento por parte do aluno, o que levanta discussões sobre alternativas para mitigar esses imbróglios. Nessa perspectiva, têm-se as metodologias contemporâneas, com métodos ativos de aprendizagem que visam a estimular o significado e a autoaprendizagem, além de tornar o professor como facilitador do processo de ensino (BASTOS, 2006 apud BERBEL, 2011). Nesse sentido, como forma de contribuir para os debates e reflexões, esta pesquisa tem como propósito de buscar compreender os múltiplos conceitos de metodologias contemporâneas no processo de ensino e aprendizagem, sob a ótica das pesquisas internacionais, com intuito de enriquecer os estudos da temática no território brasileiro. Em primeira instância, foi realizado o processo de revisão sistemática como método de pesquisa para sintetizar o conhecimento disponível sobre metodologias contemporâneas na Educação Básica. Com o objetivo de identificar, avaliar e selecionar artigos relevantes, a análise de títulos e resumos fez parte crucial do método, fundamentando-se na metodologia dos estudos de revisão, com base na leitura de títulos e resumos. Conforme Vosgerau e Romanowski (2014), utilizaram-se critérios de proximidade temática para

---

<sup>18</sup> Licenciando em Matemática, UNINTER, [lucasffa.contato@outlook.com](mailto:lucasffa.contato@outlook.com).

<sup>19</sup> Licencianda em Matemática, UNINTER, [sedraniemkaren@gmail.com](mailto:sedraniemkaren@gmail.com).

<sup>20</sup> Professora da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; [ana.el@uninter.com](mailto:ana.el@uninter.com)

inclusão ou exclusão de obras extraídas em um tema bem delimitado, fornecendo um panorama abrangente e histórico do assunto e das publicações relacionadas a ele. Este trabalho fez uso das bases internacionais de dados da Education Resources Information Center (ERIC) e SpringerLink, tendo em vista que o primeiro, atualizado mensalmente, contempla periódicos cuja quantidade de artigos relacionados com educação passe de 80%; já o segundo abrange, um histórico de mais de 150 anos de publicações em seu repositório. Nesse sentido, com essas duas bases imprescindíveis para a obtenção de artigos no meio internacional, são realizadas consultas dos descritores *teaching models* e *teaching methods*, nas quais foram extraídos 548 artigos, distribuídos em 60 artigos extraídos da base ERIC, e 488 artigos da base SpringerLink. Em segunda instância, foi realizado o processo de leitura dos títulos dos resultados encontrados, em que 43 títulos da base ERIC e 341 títulos da base SpringerLink foram incluídos, no processo. Na leitura dos resumos, 24 artigos da base ERIC e 288 da base SpringerLink foram incluídos. No final do processo de inclusão, alcançou-se o resultado de 312 artigos selecionados e 236 excluídos. No que tange aos resultados, esses ainda são parciais, por consequência de a atual pesquisa estar sendo encaminhada e executada. Para essa seleção, porquanto se assume que é fundamental apresentar critérios de inclusão e de exclusão e normas que são julgadas importantes (RAMOS; FARIA; FARIA, 2014), foi levado em consideração incluir apenas as obras que estavam relacionadas com a pauta: metodologias contemporâneas aplicadas no ensino da Educação Básica, abrangendo todas as áreas de conhecimento. Em contrapartida, como consequência dos critérios de inclusão e de exclusão, foram relacionados, de acordo com a tabela da Figura 1, os artigos excluídos. Nesse conjunto: 209 tinham foco no **Ensino Superior**; 19 artigos não atenderam ao tema **metodologias contemporâneas**, pois relacionam-se estritamente com Área de Saúde, Educação Física, Artes, Intercâmbio, Plágio e Literatura; 8 artigos ficaram fora do escopo do objeto da pesquisa **Educação Básica**, pois se encontram em escopos adversos, tais como Ensino Técnico, Cursos Livres, Palestras, e Prática de Esportes. Ante o exposto, a pesquisa ainda está em suas em sua fase inicial conforme citado anteriormente, e, não obstante, percebe-se como o arcabouço

internacional é enriquecido e pode contribuir com esta pesquisa, no que se refere à abordagem das metodologias contemporâneas. O próximo passo desta pesquisa é a realização da leitura integral dos artigos, visando a incluir aqueles que de fato compõem o escopo desta pesquisa. Em seguida, serão levantados critérios de análise para leitura completa dos trabalhos incluídos, visando a atender o objetivo desta pesquisa, o qual é identificar os diversos conceitos de metodologias contemporâneas, a partir do olhar das investigações internacionais, buscando contribuir com os estudos sobre o tema no contexto brasileiro.

**Quadro 1**

<b>Total de trabalhos excluídos</b>	236
<b>Motivos de exclusão</b>	
<b>Ensino superior</b>	209
<b>Fuga ao tema (i.e. Área de Saúde, Educação Física, Artes, Intercâmbio, Plágio e Literatura)</b>	19
<b>Distância do objeto da pesquisa (i.e. Ensino Técnico, Cursos Livres, Palestras, e Prática de Esportes)</b>	8

Fonte: Os autores, 2023.

## REFERÊNCIAS

BERBEL, Neusi. As metodologias ativas e a promoção da autonomia dos estudantes. **Semina: Ciências Sociais e Humanas**, Londrina, v. 32, n. 1, p. 25-40, 2011. Disponível em: <https://ojs.uel.br/revistas/uel/index.php/seminasoc/article/view/10326/10999>. Acesso em 19 abr. 2023.

**ERIC**. Centro de Informações de Recursos Educacionais. Disponível em: <https://eric.ed.gov/>. Acesso em 14 abr. 2023.

RAMOS, M. A. S.; FARIA, P. M. M.; FARIA, Á. F. L. Revisão Sistemática de Literatura: contributo para a inovação na investigação em Ciências da Educação. **Revista Diálogo Educacional**, v. 14, n. 474, p. 22, 2014. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/2269>. Acesso em: 21 abr. 2023.

**SPRINGER LINK**. Canal de publicação de livros e artigos científicos. Disponível em: <https://link.springer.com/>. Acesso em 17 abr. 2023.

VOSGERAU, D. S. R.; ROMANOWSKI, J. P. Estudos de revisão: implicações conceituais e metodológicas. **Revista Diálogo Educacional**, v. 14, n. 474, p. 176, 2014. Disponível em:

<https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/2317>.

Acesso em 21 abr. 2023.

ZINDY, R., SJOSTROM, J.; EILKS, I. A Multi-Perspective Reflection on How Indigenous Knowledge and Related Ideas Can Improve Science Education for Sustainability. **Science Education**, v.29, n.1, p.145-185, 2021. Disponível em:

<https://link.springer.com/article/10.1007/s11191-019-00100-x>. Acesso em 19

abr. 2023.

## **JOGOS COMO RECURSOS DIDÁTICOS NOS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA DE ALUNOS COM TRANSTORNO DO ESPECTRO AUTISMO**

RODRIGUES, Jeferson<sup>21</sup>

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz<sup>22</sup>

O tema apresentado, jogos como recursos didáticos nos processos de ensino e de aprendizagem de matemática de alunos com Transtorno do Espectro Autismo (TEA) se justifica pela necessidade de desenvolver estratégias que facilitem a inclusão não somente nos espaços físicos, mais de aquisição de habilidades propostas na disciplina citada. Os objetivos desta pesquisa foram organizados em objetivo geral e específicos, sendo o objetivo geral a apresentação de jogos didáticos matemáticos como instrumento de inclusão e aquisição de habilidades matemáticas, e os objetivos específicos a apresentação de jogos de baixo custo e fácil confecção ou aquisição, Conforme Takinaga e Manrique (2018) levando em consideração que cabe a escola e seus agentes proporcionar a todos estudantes oportunidades igualitárias e também a garantia do desenvolvimento de conhecimentos propostos nas disciplinas escolares. A metodologia de pesquisa escolhida foi a pesquisa bibliográfica, a pesquisa bibliográfica que é muito utilizada em trabalhos acadêmicos-científicos pois permite o acesso a diferentes conteúdos produzidos a respeito do tema escolhido. Conforme Prodanov e Freitas (2013) a pesquisa bibliográfica elaborada a partir de material já publicado, constituído, livros, revistas, periódicos científicos, jornais, boletins, dissertações, monografias, teses, internet, com o objetivo de colocar o pesquisador em contato com o conteúdo produzido sobre o assunto da pesquisa. Os resultados dessa pesquisa podem ser compreendidos pela importância na produção de materiais de pesquisa a respeito desse assunto tão significativo devido ao crescimento de indivíduos com o diagnóstico de TEA. A discussão

---

<sup>21</sup> Aluno de Licenciatura em Matemática do Centro Universitário Internacional UNINTER; jefersonpossosim@gmail.com

<sup>22</sup> Professora da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; ana.el@uninter.com

sobre o uso de jogos didáticos matemáticos como instrumento facilitador apresenta conforme Albuquerque (2018), que afirma que o uso de jogos e brincadeiras no mundo da criança com Transtorno do Espectro Autista levanta uma reflexão de como o lúdico pode complementar na aprendizagem, possibilitando maior desenvolvimento de suas capacidades, habilidades e possibilidades.(ALBUQUERQUE;2018) Dentre as particularidades a serem observadas durante o processo de inclusão, de acordo com Monteiro (2018) os alunos com TEA podem apresentar dificuldades na compreensão de conceitos abstratos, metáforas, pode não gostar de mudanças de rotina, evitar o contato visual, possuir ecolalia, e apresentar comportamentos motores repetitivos.(MONTEIRO; 2018)De acordo com Baron-Cohen (2013) os alunos que possuem TEA apresentam dificuldades com mudanças de rotinas, porque constroem suas estruturas de informações a partir da sistematização, e todo um sistema segue regras.Existe um estudo que apresenta a grande aptidão das pessoas que possuem TEA nas áreas de exatas, como física, engenharia, e matemática. Esse estudo foi realizado por Baron-Cohen (2013)... Observando essas particularidades pode se perceber a possibilidade de aplicação dos jogos pelo fato de ele auxiliar em diversos aspectos, tais como jogos, uso de regras, e sistemas. Durante o trabalho diversos jogos foram sugeridos, mas jogo didático matemático escolhido para essa discussão foi o Dominó Geométrico, com grandes possibilidades de aplicação por sua grande possibilidade de modelagem, baixo custo e fácil confecção. Uma sugestão de aplicação conforme Pereira e Casanova (2019) pode ser realizada a partir do Dominó Geométrico, o qual pode ser utilizado no Ensino Fundamental II e no Ensino Médio. No Ensino Fundamental II o jogo serve para apresentar as figuras, fórmulas, e sintetizar o conteúdo, no Ensino Médio pode ser utilizado para revisar o conteúdo (PEREIRA, CASANOVA, 2019). Essa pesquisa, apesar de seu inicial, apresentou os desafios no ensino-aprendizagem de matemática de alunos com Transtorno do Espectro Autismo, bem como suas particularidades. Apresentou como método facilitador o uso de jogos como recursos didáticos e inclusivos, visto que como recursos didáticos os jogos apresentam, a visualização do abstrato de maneira concreta, a facilidade da fixação do conteúdo ao aluno com

TEA, pois os jogos tem regras e sistemas que favorecem a compreensão dos conhecimentos matemáticos para indivíduos que possuem TEA. As principais preocupações durante essa pesquisa quando se pensou na inclusão, foram da inclusão não ser apenas no ambiente, mas efetivamente socializar, oferecer além dos conteúdos a possibilidade real da aquisição das habilidades matemáticas propostas, e que o jogo matemático fosse de fácil aquisição ou confecção. O Dominó Geométrico atende bem todos requisitos, ele foi apresentado durante a pesquisa e pode ser confeccionado durante as aulas, pois ele auxilia na inclusão, promove a socialização, apresenta regras e sistemas para a disputa de suas partidas. Diante do exposto, é válido ressaltar que essa é uma pesquisa inicial e que precisa ser aprofundada, mas com ela surge a reflexão sobre a possibilidade do uso de jogos durante as aulas de matemática, visando auxiliar alunos com TEA na construção de seu próprio conhecimento.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, O. A. de. A utilização de jogos e das brincadeiras na educação infantil para crianças com Transtorno do Espectro Autista. (2018). Disponível em <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/14168>. Acesso em 12/03/2023.

BARON-COHEN, S. Autismo e a mente técnica. **Scientific American**. n.54,p. 42-45, 2013 . Disponível em: [https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&lr=lang\\_pt&as\\_sdt=0%2C5&q=sciam.com.br+autismo&btnG=#d=gs\\_qabs&t=1680177930422&u=%23p%3DZ5uMscQBK1wJ](https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&lr=lang_pt&as_sdt=0%2C5&q=sciam.com.br+autismo&btnG=#d=gs_qabs&t=1680177930422&u=%23p%3DZ5uMscQBK1wJ). Acesso em 08/03/2022

MONTEIRO, A. S. de S.; RIBEIRO, P. R. M. A inclusão do aluno com Transtorno do Espectro Autista na sala de aula. **Revista on-line de Política e Gestão Educacional**, Araraquara, v.22, n. esp. 2, p.905-919, dez.,2018. ISSN: 1519-9029. Disponível em [DOI:10.22633/rpge.unesp.v22.nesp2.dez.2018](https://doi.org/10.22633/rpge.unesp.v22.nesp2.dez.2018). Acesso 10/04/2023.

PEREIRA; Katiane, CASANOVA; S. S. O jogo de dominó com a fórmula das figuras geométricas planas, 2019, p.1-7. Disponível em



<https://sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/paper/download/1078/922>. Acesso em 07/04/2023.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Novo Hamburgo, RS: Feevale 2013.

## ENSINO DE MATEMÁTICA, TECNOLOGIAS DIGITAIS E TURISMO: POSSIBILIDADES DE UTILIZAÇÃO DA GEOMETRIA DO TÁXI COM ATRATIVOS TURÍSTICOS POR MEIO DO GOOGLE MAPS

CAVALCANTI, Natan Teixeira<sup>23</sup>

ELIAS, Ana Paula de Andrade Janz<sup>24</sup>

O ensino de matemática tem a possibilidade de se tornar mais interessante para os alunos em sala de aula com a utilização das tecnologias digitais. Oliveira (2018) caracteriza as geometrias não-euclidianas como as geometrias que são construídas a partir dos questionamentos sobre a geometria euclidiana. Um exemplo é a Geometria do Táxi. Segundo Fuzzo, Rezende e Santos (2010), a Geometria do Táxi surge com o matemático russo Hermann Minkowski (1864-1909), que escreveu e publicou um trabalho sobre um conjunto de métricas diferentes. Os estudos avançaram, sendo posteriormente sistematizados por outros pesquisadores e publicados em outros formatos. Em 1975, Eugene F. Krause escreveu o primeiro livro sobre a Geometria do Táxi. Em *Taxicab Geometry: an adventure in non-euclidean geometry*, o autor discutiu a importância pedagógica e matemática da Geometria do Táxi, enfatizando sua proximidade com a geometria euclidiana e sua aplicação na realidade de centros urbanos de uma “cidade ideal” (com ruas verticais e horizontais e equidistantes, trânsito livre em todos os sentidos) (CESAR, 2010). Essa geometria pode ser utilizada em sala de aula na Educação Básica em conjunto com as tecnologias digitais como o *Google Maps* e o turismo, contribuindo com o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática. Nesi, Kalinke, Motta e Mocrosky (2019) citam a possível contribuição das tecnologias digitais de forma relevante para os processos educacionais e aprendizado dos alunos assim como para a abertura de possibilidades de metodologias diferenciadas para o ensino de matemática em sala de aula por parte dos professores. Esta pesquisa tem como objetivo geral analisar as possibilidades de ensino de matemática utilizando a

---

<sup>23</sup>Licenciando em Matemática no Centro Universitário Internacional UNINTER; natan.docente@gmail.com.

<sup>24</sup> Professora da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional Uninter; ana.el@uninter.com

Geometria do Táxi com atrativos turísticos por meio do *Google Maps*. Os objetivos específicos são: Caracterizar a Geometria do Táxi e seu uso com atrativos turísticos; Descrever a tecnologia digital *Google Maps*; Identificar os conteúdos estudados na disciplina de matemática que podem ser abordados a partir do uso da Geometria do Táxi com atrativos turísticos por meio do *Google Maps*. A metodologia de pesquisa adotada foi a revisão bibliográfica que, segundo Gil (1999), é uma metodologia desenvolvida com material já elaborado, como livros e artigos científicos. Neste trabalho ela foi realizada a partir de trabalhos acadêmicos nacionais como livros, artigos, trabalhos de conclusão de curso e dissertações de mestrado sobre os assuntos abordados. Foi realizada uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES<sup>25</sup> e no Portal de Periódicos CAPES<sup>26</sup> no início de 2023, visando identificar os trabalhos acadêmicos produzidos nos últimos cinco anos (2018-2022) e cadastrados nessas plataformas que tratavam da Geometria do Táxi. A busca foi realizada com a utilização da palavra-chave “geometria do táxi. Foram identificados quatro trabalhos no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e dois trabalhos no Portal Periódicos CAPES, totalizando seis trabalhos (Quadros 1 e 2). A partir das pesquisas encontradas foi feita a análise dos trabalhos identificados no processo de revisão bibliográfica, levando em consideração as seguintes categorias de análise: propostas de atividades na educação Básica com a Geometria do Táxi com atrativos turísticos; utilização da tecnologia digital *Google Maps*; conteúdos de matemática trabalhados por meio da Geometria do Táxi com atrativos turísticos. É interessante notar que quatro trabalhos trazem propostas de aplicação da Geometria do Táxi na Educação Básica, com três utilizando atrativos turísticos como elementos da atividade. No caso de Amaral (2020) e de Cavalcante e Oliveira (2021), os atrativos turísticos apresentados são reais e existem em cidades reais. Em Oliveira (2020), os atrativos turísticos são apresentados de forma mais geral. Na categoria do uso da tecnologia digital *Google Maps*, apenas Amaral (2020) traz atividade com o *Google Maps*, onde ele é utilizado para apresentar aos alunos a região na qual está localizada a

---

<sup>25</sup> Endereço de acesso: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/>.

<sup>26</sup> Endereço de acesso: <https://www-periodicos-capes-gov-br.ez1.periodicos.capes.gov.br/>.

escola, que é o lugar onde será realizada a atividade. E na categoria conteúdos de matemática trabalhados por meio da Geometria do Táxi com atrativos turísticos, Amaral (2020) trabalha a noção de distância do táxi entre dois pontos do plano cartesiano, propondo uma sequência didática de cinco atividades, sendo uma das atividades envolvendo o *Google Maps* (figura 1). Nas atividades seguintes, são trabalhados o cálculo da distância do táxi entre dois pontos do plano cartesiano e é feita uma comparação entre a distância do táxi e a distância euclidiana. As aulas de matemática podem trazer atividades para o aluno aplicar o conhecimento no mundo a sua volta. Uma das possibilidades é com a Geometria do Táxi, que trabalha o plano cartesiano e a distância em duas métricas: a métrica euclidiana e a métrica do táxi. Ao utilizar o *Google Maps* e atrativos turísticos para o ensino desse conteúdo, as aulas podem ser mais interessantes para os alunos, pois dessa forma eles podem associar os conhecimentos matemáticos ao seu cotidiano.

**Quadro 1** – Trabalhos acadêmicos encontrados sobre a Geometria do Táxi entre 2018 e 2022

<b>Ano da publicação</b>	<b>Autor(es)</b>	<b>Tipo de trabalho</b>	<b>Acervo onde se encontra</b>
2020	AMARAL, Aline Mota de Oliveira.	Dissertação	Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES
2020	OLIVEIRA, Mariana Marcílio de.	Dissertação	Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES
2020	PERGENTINO, Fabio Pinheiro.	Dissertação	Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES
2020	SILVA, Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da.	Dissertação	Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES
2021	SILVA, Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; GALVÃO, Thyana Farias.	Artigo	Portal de Periódicos CAPES
2021	CAVALCANTE, Raimundo Nonato Barbosa; OLIVEIRA, Jobson de Queiroz.	Artigo	Portal de Periódicos CAPES

Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES; Portal de Periódicos CAPES.  
Elaborado por CAVALCANTI, 2023.

**Quadro 2 – Ano da publicação, autor(es) e título dos trabalhos acadêmicos**

Ano da publicação	Autor(es)	Título
2020	AMARAL, Aline Mota de Oliveira.	Geometria do táxi: propostas de atividades para a educação básica
2020	OLIVEIRA, Mariana Marcílio de.	Geometria do táxi: uma introdução na educação básica
2020	PERGENTINO, Fabio Pinheiro.	Explorando as cônicas da geometria do táxi via Geogebra
2020	SILVA, Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da.	A aprendizagem colaborativa e os esquemas de atividades coletivas instrumentadas: explorando artefatos simbólicos na Geometria do Táxi
2021	SILVA, Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; GALVÃO, Thyana Farias.	Para onde vai esse táxi? Uma revisão da literatura sobre a geometria do táxi no Brasil
2021	CAVALCANTE, Raimundo Nonato Barbosa; OLIVEIRA, Jobson de Queiroz.	Construindo o círculo na geometria do táxi: uma proposta de insubordinação criativa

Fonte: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES; Portal de Periódicos CAPES.  
Elaborado por CAVALCANTI, 2023.

**Figura 1 – Modelo de mapa no Google Maps para atividade**



Fonte: Google Maps, elaborado por Amaral (2020).

**REFERÊNCIAS**

AMARAL, Aline Mota Oliveira. **Geometria do táxi: propostas de atividades para a educação básica**. 2020. 68 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2020. Disponível em: <https://sca.profmat->

[sbm.org.br/profmat\\_tcc.php?id1=5630&id2=171053196](http://sbm.org.br/profmat_tcc.php?id1=5630&id2=171053196). Acessado em 22 jan. 2023.

CAVALCANTE, Raimundo Nonato Barbosa; OLIVEIRA, Jobson de Queiroz. Construindo o círculo na Geometria do táxi: uma proposta de insubordinação criativa. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. São Paulo, v. 11, n. 3, abr/jun, 2020, p. 450-464. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2692>. Acessado em: 22 jan. 2023.

CESAR. Sulamita Maria Comini. **Minicurso de geometria táxi**. 2010. Disponível em: [http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC\\_DSC\\_NOME\\_ARQUI2015\\_0306113049.pdf](http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI2015_0306113049.pdf). Acessado em 06 jun. 2022.

FUZZO, Regis Alessandro; REZENDE, Veridiana; SANTOS, Talita Secorun dos. Geometria do táxi: a menor distância entre dois pontos nem sempre é como pensamos. In: Encontro de Produção Científica e Tecnológica, V, 2010, Campo Mourão. **Anais do Encontro de Produção Científica e Tecnológica**. Campo Mourão: FECILCAM/NUPEM, 2010. Disponível em: [http://www.fecilcam.br/nupem/anais\\_v\\_epct/PDF/ciencias\\_exatas/10\\_FUZZO\\_REZENDE\\_SANTOS.pdf](http://www.fecilcam.br/nupem/anais_v_epct/PDF/ciencias_exatas/10_FUZZO_REZENDE_SANTOS.pdf). Acessado em 19 mai. 2022.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª ed. São Paulo: Atlas, 2008.

NESI, Taniele Loss; KALINKE, Marco Aurélio; MOTTA, Marcelo Souza; MOCROSKY, Luciane Ferreira. Objetos de Aprendizagem de Matemática - um panorama do que diz em alguns estudos no Brasil. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Rio Grande do Sul, n. 1, jul./nov., 2019, p. 557-566. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/96516>. Acessado em 25 set. 2022.

OLIVEIRA, Mariana Marcilio de. **Geometria do táxi: uma introdução na educação básica**. 2020. 106 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2020. Disponível em: <http://repositorio.ufla.br/jspui/handle/1/46048>. Acessado em 22 jan. 2023

OLIVEIRA, Mario Gonçalves de. **A geometria do motorista de ônibus: uma geometria não euclidiana inspirada nas comunidades do campo**. 2018. 48 f. Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura em Educação no Campo) – Universidade de Brasília, Planaltina, 2018. Disponível em: [https://bdm.unb.br/bitstream/10483/25795/1/2018\\_MarioGoncalvesDeOliveira\\_tcc.pdf](https://bdm.unb.br/bitstream/10483/25795/1/2018_MarioGoncalvesDeOliveira_tcc.pdf). Acessado em 31 mai. 2022.

PERGENTINO, Fabio Pinheiro. **Explorando as cônicas da geometria do táxi via Geogebra**. 2020. 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Universidade Federal do Estado do Rio de

Janeiro. Rio de Janeiro, 2020. Disponível em: <http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/handle/unirio/13199>. Acessado em 31 mai. 2022.

SILVA, Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da. **A aprendizagem colaborativa e os esquemas de atividades coletivas instrumentadas: explorando artefatos simbólicos na Geometria do Táxi**. 2020. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2020. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/38190?mode=full>. Acessado em 22 jan. 2023.

SILVA, Elizabeth Cristina Rosendo Tomé da.; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; GALVÃO, Thyana Farias. Para onde vai esse taxi? Uma revisão da literatura sobre a geometria do taxi no Brasil. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Santa Catarina, n. 16, mar/dez, 2021, p. 1-21. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/75726/45775/291589>. Acessado em 07 mai. 2022.

## POSSIBILIDADES DO USO DO GEOGEBRA PARA A REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE FUNÇÕES POR SÉRIES DE FOURIER

ARAUJO, Mariana Ferreira<sup>27</sup>

PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>28</sup>

Buscando um ensino de Matemática ativo e reflexivo, o aplicativo GeoGebra vem sendo utilizado para representações e cálculos em diversos contextos e temas de estudo nos diferentes campos da Matemática. Spilimbergo, Piva e Doeneles (2015,s/p) afirmam que a aprendizagem é um processo construtivo e essa construção depende das ações e reflexões sobre a ação do sujeito sobre o objeto que o mesmo busca compreender. E o fato de interagir, manipular e concluir torna o sujeito participativo na construção de seu próprio conhecimento. No ano de 2022, no curso de extensão "Introdução ao GeoGebra", oferecido pela instituição de ensino superior em pesquisa, o GeoGebra auxiliou na representação geométrica de sistemas de equações, cálculos de derivadas e integrais e também em aproximações por polinômio de Taylor. Todas essas representações algébricas apresentadas no decorrer do curso têm comandos pré-programados no aplicativo, todavia, não se encontra na lista de comandos do aplicativo nada diretamente relacionado a Série de Fourier. Surge, então, a problemática: Quais são os meios de representar aproximações de funções periódicas por Séries de Fourier usando o aplicativo de simulações GeoGebra? Em busca da resposta, desenvolve-se o presente artigo sobre revisão bibliográfica qualitativa, tendo por objetivo pesquisar formas de representação gráfica da aproximação por Série de Fourier no GeoGebra. Para tanto, investiga-se relatos sobre as potencialidades do aplicativo no estudo de temas matemáticos em nível superior, selecionam-se artigos que tratam do uso do GeoGebra associado as Séries de Fourier e investiga-se a existência de materiais e tutoriais para a construção da representação geométrica das Séries. Através de pesquisa realizada no portal Google Acadêmico, são selecionados e analisados 5 artigos que tratam de

<sup>27</sup> Licenciada em Matemática, bacharelado em Matemática, Centro Universitário Internacional UNINTER-marianamath@hotmail.com

<sup>28</sup> Doutor e Licenciado em Matemática, Centro Universitário Internacional – UNINTER, guilherme.pi@uninter.com



construções de Séries de Fourier utilizando o aplicativo GeoGebra: quatro artigos que abordam diretamente a construção, representação e cálculos de séries de Fourier no aplicativo, sendo eles os trabalhos de pesquisa de Funes, Martin e Lobos (2021), KONFLANZ (2018), LUZ (2022) e GAMA e SANTANA (2017). O quinto artigo ressalta a relevância do uso do GeoGebra para aulas de Matemática no Ensino Superior, sendo este o trabalho de SPILIMBERGO, PIVA, DORNELES (2015). Cada artigo traz uma abordagem diferente do uso do aplicativo para o estudo da Série de Fourier, observando-se as diferentes formas que podemos utilizar o GeoGebra para o estudo das representações e aproximações por Séries de Fourier. A partir dos cinco artigos selecionados, são construídas as representações geométricas podendo apresentar de forma gráfica a aproximação de funções periódicas por Série de Fourier. A diversidade de abordagens do tema pelo aplicativo amplia as possibilidades para estudo e ensino significativo das Séries de Fourier. As formas de se chegar a representação da aproximação por Séries de Fourier de uma função periódica compiladas no decorrer do trabalho, têm potencial para aprofundar a compreensão, estudo significativo e visão geométrica que o cálculo algébrico indica na transcrição de uma função periódica para a Série de Fourier, transformação essa indicada de forma teórica e equacionada, por meio de demonstrações matemáticas, mas não indicadas na forma geométrica. Com isto, reunindo em uma única pesquisa diferentes formas de utilizar o aplicativo GeoGebra no estudo das aproximações de funções periódicas por Séries de Fourier, espera-se contribuir para o estudo da Matemática com significado, atuação ativa do estudante, compreensão do tema em estudo, a um ensino-aprendizagem ativo, reflexivo e crítico.

## REFERÊNCIAS

DE SOUSA, Angélica Silva; DE OLIVEIRA, Guilherme Saramago; ALVES, Laís Hilário. **A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos**. Cadernos da FUCAMP, v. 20, n. 43, 2021.

FUNES, J. MARTÍN, P. LOBOS, J. **Fourier series in Differential Equations with GeoGebra**. Amsterdam, The Netherlands. 4 international conference on future of teaching & education. Julho de 2021. Disponível em:

<https://www.dpublication.com/wp-content/uploads/2021/07/3-9423.pdf>>.  
Acessado em: 29 de dezembro de 2022.

GAMA, J. SANTANA, F. **Utilização do software GeoGebra para aproximar funções através de mínimos quadrados.** Revista eletrônica Paulista de Matemática, v.10, 2017. Disponível em: [https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/30572/1/UtilizacaoSoftwareGeoGebra\\_SANTANA\\_2017.pdf](https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/30572/1/UtilizacaoSoftwareGeoGebra_SANTANA_2017.pdf). Acessado em: 29 de dezembro de 2022.

GODOY, Arilda S., **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades,** In Revista de Administração de Empresas, v.35, n.2, Mar./Abr. 1995a, p. 57-63. Pesquisa qualitativa.- tip os fundamentais, In Revista de Administração de Empresas, v.35, n.3, Mai./Jun. 1995b, p. 20-29.

KONFLANZ, G. **Desenvolvimento de uma unidade de Ensino potencialmente significativa para o ensino de séries de Fourier.** Universidade Federal do Pampa: Bagé, 2018. Disponível em: <https://repositorio.unipampa.edu.br/handle/rii/7339>. Acessado em: 7 de novembro de 2022.

LUZ, G. **Explorando propriedades de funções trigonométricas:** motivados por séries de Fourier. Universidade Federal do Rio Grande, instituto de Matemática, Estatística e Física: Rio Grande, 2022. Disponível em: [https://imef.furg.br/images/stories/Monografias/Matematica\\_licenciatura/2022/2022-Gerson\\_luz.pdf](https://imef.furg.br/images/stories/Monografias/Matematica_licenciatura/2022/2022-Gerson_luz.pdf). Acessado em: 20 de dezembro de 2022.

OIIVEIRA, I. GUIMARÃES, S. ANDRADE, J. **As potencialidades do Geogebra em processos de investigação matemática: uma análise do desenvolvimento de objetos de aprendizagem da EaD no ensino presencial.** Revista do Instituto Geogebra Internacional de São Paulo. V.1, n 1, p. CCLXV-CCLXXIX, 2012.

ROJAS, Maria Rosário Astudillo. **Introdução às equações diferenciais parciais.** Curitiba: InterSaberes, 2020.  
SPILIMBERGO, A. PIVA, C. DORNELES, L. **O uso do GeoGebra em aulas de matemática no Ensino Superior.** Salão do Conhecimento, 2015. Disponível em: [https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&as\\_sdt=0%2C5&q=o+uso+do+geogebra+em+aulas+de+matem%C3%A1tica+no+ensino+superior&btnG=>](https://scholar.google.com.br/scholar?hl=pt-BR&as_sdt=0%2C5&q=o+uso+do+geogebra+em+aulas+de+matem%C3%A1tica+no+ensino+superior&btnG=>). Acessado em: 7 de novembro de 2022.

## ESTUDO DE CASO: APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS NO PROCESSO DE VENDA DA BUSCAPÉ PELA EMPRESA ZOOM

ARAUJO, Mariana Ferreira<sup>29</sup>

PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>30</sup>

O presente artigo apresenta um estudo de caso relacionado com o cenário da aquisição da empresa Buscapé pela sua concorrente Zoom em 2019. A presente pesquisa surge da proposta de atividade locorregional na disciplina de Teoria dos Jogos, ofertada no curso de bacharelado em Matemática numa instituição de ensino superior. A atividade locorregional tem por objetivo propor investigações de fatos concretos que desenvolvam habilidades de pesquisa e aplicação prática da teoria desenvolvida ao longo das aulas, visando sempre a aplicabilidade e relevância social do caso sob estudo. Com a finalidade de realizar uma análise sob o ponto de vista da Teoria dos Jogos sobre o acontecimento pontual da aquisição da empresa Buscapé pela empresa Zoom em 2019, optou-se pela metodologia de pesquisa intitulada estudo de caso. Objetivando desenvolver a análise de jogo em uma situação real, o estudo de caso tem por objetivo geral modelar a situação de jogo entre as empresas mencionadas, para tanto o trabalho traz como objetivos específicos o relato resumido das histórias das empresas Buscapé e Zoom, construção da modelagem matemática da situação das empresas sob a perspectiva da teoria dos jogos, definindo os jogadores e as possibilidades de estratégias, construindo a matriz de *pay-off* associada à modelagem, encontrando o equilíbrio de Nash e ótimo de Pareto no modelo construído, comparando a situação real com a proveniente da modelagem. Para a construção e análise do modelo matemático, separou-se, em um primeiro momento, o jogo com a Buscapé e os sócios fundadores da Zoom. Esta primeira modelagem envolve o período de 2009 a 2011, que abrange a compra da Buscapé pela empresa Sul-africana Nasper, momento que a empresa alcança o seu auge, e a saída de um

<sup>29</sup> Especialista e Licenciada em Matemática, bacharelado em Matemática no Centro Universitário Internacional-UNINTER-marianamath@hotmail.com

<sup>30</sup> Doutor e Licenciado em Matemática, Centro Universitário Internacional – UNINTER guilherme.pi@uninter.com

grupo de sócios que realizam o lançamento da Zoom no mercado brasileiro. A segunda modelagem abrange o cenário em que a Buscapé perde espaço no mercado, fecha filiais em outros países e tem as opções de vender a empresa ou reformulá-la para se tornar um marketplace, enquanto a Zoom se torna relevante no mercado, atraindo grandes empresas como parceiros e um número de usuários considerável, tendo poder aquisitivo para fazer uma oferta pela sua concorrente. Sendo assim, a análise da compra e venda das empresas em questão, se constitui um evento pontual, sobre o qual será feita uma análise sob o ponto de vista da Teoria dos Jogos a partir das informações coletadas em boletins informativos. Com isto, busca-se ilustrar a aplicação da análise do Equilíbrio de Nash e o Ótimo de Pareto em uma situação real, buscando contribuir com futuras análises de situações modeladas dentro da Teoria dos Jogos. As ferramentas de análise de decisões estratégicas fornecida pela teoria dos jogos permitem ampliar o entendimento das interações financeiras, interações de mercado entre empresas, entre outras situações que envolvem tomada de decisão racional. O estudo de caso aqui analisado, de forma simples, buscando interpretar os fatos pelo equilíbrio de Nash e o ótimo de Pareto, ampliam a compreensão de como ocorre a modelagem matemática aplicada ao contexto de tomada de decisão, mesmo que a teoria não represente a realidade de forma integral, uma vez que existem inúmeros fatores que alteram o cenário da tomada de decisão e os resultados previstos pela teoria. O presente trabalho não tem como objetivo esgotar a discussão do caso, mas introduzir a discussão do mesmo no contexto de teoria dos jogos, buscando inspirar novas pesquisas que modelem, de forma mais detalha, as situações de compra e venda, assim como tomada de decisão, do caso abordado e de outros que causam impacto no meio social e econômico.

## REFERÊNCIAS

FIANI, R. **Teoria dos jogos**. 4 ed. Rio de Janeiro: GEN/Grupo Editorial Nacional. Editora Atlas, 2022.

JÚNIOR, R. **Buscapé: o quase fim de um ícone da internet brasileira.** NeoFeed, 2019. Disponível em: [neofeed.com.br/blog/home/buscape-o-quase-fim-de-um-icone-da-internet-brasileira/](https://neofeed.com.br/blog/home/buscape-o-quase-fim-de-um-icone-da-internet-brasileira/). Acessado em: 15 de abril de 2023.

LANDIM, W. **Zoom: saiba como este serviço está detonando outros comparadores de preços.** Tecmundo, 2014. Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/comercio-eletronico/69233-zoom-saiba-servico-detonando-outros-comparadores-precos.htm>. Acessado em: 14 de abril de 2023.

MARQUES, V. **Buscapé: a história da primeira startup de sucesso do Brasil.** StarSe, janeiro de 2023. Disponível em: [www.startse.com/artigos/buscape-primeira-startup-sucesso-do-brasil](https://www.startse.com/artigos/buscape-primeira-startup-sucesso-do-brasil). Acessado em: 15 de abril de 2023.

RODRIGUES, L. **Análise do processo de internacionalização de empresas incubadas de base tecnológica.** Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro – PUC-RIO, 2010.

## TEORIA DOS JOGOS: ANÁLISE DA CRISE DE SEGURANÇA PÚBLICA DO ES EM 2017

LACERDA, Igor Machado<sup>31</sup>  
PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>32</sup>

Podemos definir jogo como qualquer interação entre dois ou mais agentes (jogadores), onde os agentes podem ser pessoas, empresas, países etc. Desta forma, sempre que ocorrer uma decisão que afete as recompensas dos agentes envolvidos, estamos diante de um jogo. As recompensas dos jogos podem ser positivas ou negativas e dependem das escolhas estratégicas. Em um jogo, podemos ter decisões tomadas simultaneamente ou sequencialmente. São considerados jogos simultâneos aqueles em que os jogadores escolhem suas estratégias sem conhecimento das escolhas dos outros jogadores. Já em jogos sequenciais, os jogadores escolhem suas estratégias em uma ordem definida, com base nas escolhas dos jogadores que já fizeram suas jogadas, podendo ser jogos com informações completas ou informações incompletas (FIANI, 2011). O equilíbrio de Nash é uma situação do jogo em que cada jogador escolhe a melhor estratégia possível, com base nas estratégias disponíveis para os demais jogadores, desta forma, no equilíbrio de Nash nenhum jogador tem incentivo para alterar sua decisão unilateralmente (FERREIRA; FERREIRA, 2008). Conforme Fiani (2011), o ótimo de Pareto é um conceito aplicado em economia ou jogos por Vilfredo Pareto, um economista italiano no final do século XIX, onde não é possível melhorar a condição de um indivíduo sem piorar a situação de outro, desta forma, no ótimo de Pareto, todos os indivíduos envolvidos estão em sua melhor posição possível. Os conceitos de equilíbrio de Nash e ótimo de Pareto, podem convergir ou não para o mesmo valor, mas essa não é uma condição obrigatória. Bierman e Fernandez (2011), apresentam o exemplo da tabela 1, onde duas empresas petrolíferas decidem se devem perfurar poços estreitos

---

<sup>31</sup>Graduando em Matemática, UNINTER, igormlacerda@hotmail.com.

<sup>32</sup>Professor da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; guilherme.pi@uninter.com

ou largos para explorar petróleo. Analisando a empresa TEXplor, vemos que a estratégia dominante para ela é “largo”, e a empresa Clampett também possui estratégia dominante “largo”. Desta forma, pelo equilíbrio de Nash, ambas irão optar por perfurar poços largos, com um lucro de 1 milhão. Porém, caso ambas fizessem um acordo de perfurar poços estreitos, e não violassem esse acordo, o resultado seria um lucro de 14 milhões para cada, esse seria o ótimo de Pareto. O exemplo que pretendemos modelar neste trabalho reflete a crise de segurança pública ocorrida no ES no ano de 2017. Para isso modelamos um jogo sequencial, não cooperativo e de informação completa com 3 jogadores, sendo o governo do estado, a polícia militar e a população. Podemos observar na figura 1 que foi gerado 8 cenários com as diversas interações estratégicas adotadas por cada jogador. Os fatores considerados para definir as pontuações foram desde tangíveis, como os prejuízos provocados pela paralisação da economia, até fatores intangíveis, como o apoio da população ao movimento. Por exemplo, no quarto cenário, o governo cede as reivindicações, porém a PM mantém a paralisação e a população não retorna à rotina. Neste cenário, o governo fica com -11, afinal além do que foi cedido, precisará manter as negociações e ainda vai continuar com a arrecadação de impostos impactada pela paralisação da economia, a PM fica com -1, pois apesar de ter êxito nas reivindicações, irá perder o apoio da população e vai sofrer maiores punições legais, e a população fica com -9, pois o comércio permanecerá fechado, embora os cidadãos corram menos perigo, pois resolveram ficar em suas casas. Neste jogo, para encontrar o equilíbrio de Nash podemos analisar de forma regressiva, iniciando pela última jogada e eliminando as linhas conforme avaliamos as escolhas dos jogadores, lembrando sempre que os jogadores são considerados racionais, ou seja, irão sempre tomar a melhor decisão para eles. Desta forma chegamos à árvore reduzida da figura 2, onde vemos que o equilíbrio de Nash ocorre no cenário 5. No caso do jogo em avaliação, percebemos que o equilíbrio de Nash é também o ótimo de Pareto. Como podemos observar, o ótimo de Pareto é o ponto de máxima eficiência, mas isso não significa que todos os jogadores terão os maiores resultados, mas sim que, é impossível melhorar um jogador

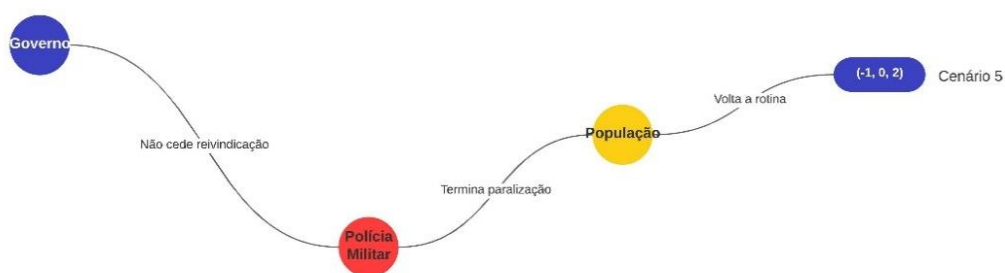
sem que para isso se prejudique os demais. Podemos concluir que a teoria dos jogos pode ser aplicada em diversas áreas de estudo para modelar sistemas de interação. Como um campo da matemática que analisa e interpreta essencialmente as interações humanas, sempre estará sujeita a subjetividade, pois nós, seres humanos, não somos seres meramente racionais. Situações em que emoções, crenças e valores estejam em presentes, não podemos analisar um jogo como algo somente racional. Porém, vale ressaltar que as análises fornecidas pela teoria dos jogos podem ser uma valiosa ferramenta para avaliação de muitos fenômenos complexos, sejam na política, economia, computação e até mesmo em conflitos. Desta forma, ainda existe um vasto campo de exploração e aperfeiçoamento das técnicas de teoria dos jogos.

**Tabela 1** - Matriz de recompensa para o jogo da perfuração de poços de petróleo

		Clampett	
		Estreito	Largo
TEXplor	Estreito	(14, 14)	(-1, 16)
	Largo	(16, -1)	(1, 1)

Fonte: Bierman e Fernandez (2011)

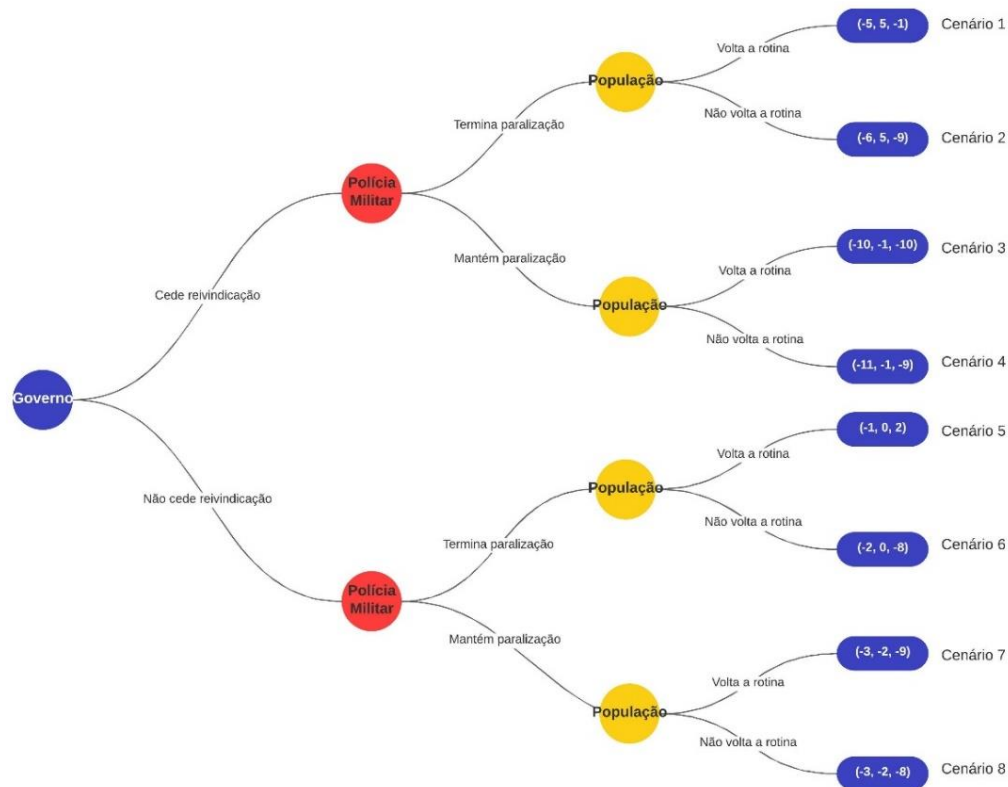
**Figura 1** - Árvore reduzida do jogo da crise de segurança



Fonte: Os autores, 2023



Figura 2 - Árvore do jogo da crise de segurança



Fonte: Os autores, 2023

## REFERÊNCIAS

BIERMAN, H. Scott; FERNADEZ, Luis. **Teoria dos jogos**. 2ª. ed. [S. l.]: Pearson Prentice Hall, 2011. 434 p.

FERREIRA, Fernanda A.; FERREIRA, Flávio. Equilíbrio de Nash Versus Ótimo de Pareto: Racionalidade Individualista Versus Racionalidade Altruísta. **Gazeta de Matemática**, [s. l.], ano LXIX, n. 155, p. 7 - 10, julho 2008. Disponível em: <https://gazeta.spm.pt/get?gid=155>. Acesso em: 21 abr. 2023.

FIANI, Ronaldo. **Teoria dos jogos**: Com aplicações em economia, administração e ciências sociais. 4ª. ed. [S. l.]: Atlas, 2021. 357 p.

MPF (ES). Memorial MPF - Espírito Santo: Linha do Tempo. In: **Greve da PM**. [S. l.], 2017. Disponível em: <https://linhadotempo.mpf.mp.br/www/linha-do-tempo-pr-es#!slide-34>. Acesso em: 20 abr. 2023.

## DESENVOLVIMENTO DE UMA CALCULADORA UTILIZANDO ARDUINO

VAIS, Dominique <sup>33</sup>

PRUS, Elcio Miguel<sup>34</sup>

A criação de dispositivos eletrônicos é uma das áreas que mais cresce na atualidade. Com o avanço da tecnologia, dispositivos como o Arduino surgiram para facilitar o desenvolvimento de projetos eletrônicos. Com ele é possível desenvolver uma infinidade de projetos, desde os mais simples aos mais complexos. Dentre as possibilidades, foi desenvolvido um projeto de uma calculadora utilizando o Arduino. A ideia era criar uma calculadora simples, porém funcional, utilizando componentes eletrônicos comuns e de fácil acesso. Os objetivos deste projeto eram: desenvolver uma calculadora utilizando o Arduino; criar uma interface simples e intuitiva; utilizar componentes eletrônicos comuns e de fácil acesso; e testar o projeto em diferentes situações. A metodologia utilizada foi a de pesquisa aplicada, com desenvolvimento prático do projeto. Foram utilizados componentes eletrônicos como display LCD, teclado matricial e o próprio Arduino. Todo o desenvolvimento foi feito com o auxílio de ferramentas como o software de programação do Arduino e bibliotecas específicas para cada componente. Os resultados alcançados foram satisfatórios, a calculadora funcionou corretamente, realizando cálculos simples de adição, subtração, multiplicação e divisão. A interface criada mostrou-se intuitiva e de fácil utilização, possibilitando ao usuário realizar cálculos de forma rápida e eficiente. Durante a discussão dos resultados, foram analisados trabalhos semelhantes que utilizam o Arduino para a criação de calculadoras. Observou-se que a maioria dos projetos utiliza os mesmos componentes e apresentam funcionalidades semelhantes. No entanto, o diferencial deste projeto foi a interface criada, que se mostrou mais intuitiva e fácil de usar. Por fim, as considerações finais apontam que o projeto foi bem-sucedido, cumprindo os objetivos propostos. A criação de uma calculadora utilizando o Arduino se

---

<sup>33</sup>Licenciado em Matemática, UNINTER, Dom\_hotmart@hotmail.com.

<sup>34</sup>Professor da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; elcio.p@uninter.com

mostrou uma tarefa simples e de fácil execução. Com este projeto, foi possível aprender a programar o Arduino e utilizar seus recursos para desenvolver um projeto funcional e útil. Além disso, o projeto pode ser utilizado como base para o desenvolvimento de outras calculadoras com funcionalidades mais avançadas, de acordo com a necessidade do usuário. O projeto desenvolvido consiste na criação de uma calculadora utilizando a plataforma Arduino. O Arduino é uma plataforma de prototipagem eletrônica de código aberto, que permite a criação de projetos eletrônicos de maneira acessível e fácil, sem a necessidade de conhecimento avançado em eletrônica. O objetivo do projeto foi desenvolver uma calculadora simples e funcional utilizando os recursos do Arduino. Para isso, foram utilizados componentes eletrônicos como botões, displays LCD e resistores, além do próprio microcontrolador Arduino. A criação de uma calculadora utilizando o Arduino é um projeto interessante, pois permite a utilização de conceitos de eletrônica digital e programação, além de demonstrar a versatilidade da plataforma para criação de diferentes tipos de projetos. A calculadora desenvolvida pode ser utilizada para realizar operações matemáticas básicas como soma, subtração, multiplicação e divisão, além de permitir o cálculo de porcentagens. A interface da calculadora é simples e intuitiva, sendo possível a utilização de botões para entrada de dados e seleção de operações. No contexto da educação, a criação de uma calculadora utilizando o Arduino pode ser uma atividade interessante para ensinar conceitos de eletrônica digital e programação, além de estimular a criatividade e o pensamento crítico dos alunos na criação de projetos eletrônicos. Em resumo, o projeto desenvolvido consistiu na criação de uma calculadora utilizando a plataforma Arduino, utilizando conceitos de eletrônica digital e programação para desenvolver uma solução simples e funcional. A criação de uma calculadora utilizando o Arduino pode ser uma atividade interessante para ensinar conceitos de eletrônica e programação, além de demonstrar a versatilidade da plataforma para criação de diferentes tipos de projetos. O objetivo geral deste projeto foi criar uma calculadora utilizando a plataforma Arduino. O Arduino é uma plataforma de prototipagem eletrônica que permite criar dispositivos interativos, controladores e outros projetos baseados em microcontroladores. O objetivo

específico do projeto foi implementar a lógica da calculadora utilizando o microcontrolador presente na placa Arduino e criar um circuito eletrônico que possibilitasse a interação do usuário com a calculadora. Além disso, outro objetivo específico foi explorar as funcionalidades do software de programação da placa Arduino, bem como aprender conceitos de eletrônica digital e lógica booleana, que são essenciais para o desenvolvimento de projetos utilizando microcontroladores. Por meio desses objetivos específicos, foi possível aprimorar o conhecimento sobre eletrônica e programação, desenvolver habilidades em prototipagem eletrônica e compreender a lógica de funcionamento de uma calculadora. A metodologia utilizada neste projeto foi experimental, com a finalidade de construir uma calculadora utilizando o Arduino. A pesquisa consistiu em testes e experimentos para aperfeiçoar a programação e a montagem do circuito. A escolha do Arduino se deu pela facilidade de programação e pelo baixo custo, o que torna o projeto acessível e de fácil replicação. Os testes foram realizados em etapas, iniciando pela montagem do circuito e passando pela programação das funções básicas da calculadora, como operações adição, subtração, divisão, entre outras. Foi utilizada a linguagem de programação C++ para programar o Arduino.

### **Programação:**

```
#include <Keypad.h>
#include <Wire.h>
#include <LiquidCrystal.h>
// Cria um objeto LiquidCrystal para interagir com o display LCD
// Os números entre parênteses são os pinos usados para conectar o display
LiquidCrystal lcd(13, 12, 11, 10, 9, 8);
// Variáveis para armazenar o primeiro número digitado, o segundo número
digitado e o resultado da operação
long primeiro = 0;
long segundo = 0;
double total = 0;
// Variável para armazenar a tecla pressionada no teclado
```

```

char customKey;

// Define o layout do teclado
const byte lin = 4;
const byte col = 4;
char keys[lin][col] = {
  {'1','2','3','+'},
  {'4','5','6','-'},
  {'7','8','9','*'},
  {'C','0','=','/'}
};
// Define os pinos usados para conectar o teclado
byte linPins[lin] = {7,6,5,4};
byte colPins[col] = {3,2,1,0};
// Cria um objeto Keypad para interagir com o teclado
Keypad customKeypad = Keypad( makeKeymap(keys), linPins, colPins, lin, col);
void setup()
{
  // Inicia o display LCD com 2 linhas e 16 colunas
  lcd.begin(16, 2);
  // Escreve uma mensagem de boas-vindas no display
  lcd.setCursor(0,0);
  lcd.print("Calculadora");
  lcd.setCursor(0,1);
  lcd.print("by Mikael Hayden");
  // Espera 4 segundos antes de limpar o display e ir para o loop principal
  delay(4000);
  lcd.clear();
  lcd.setCursor(0, 0);
}
void loop()

```

```

{
// Lê a tecla pressionada no teclado
customKey = customKeypad.getKey();
// Verifica qual tecla foi pressionada
switch(customKey)
{
// Se for um número, adiciona o dígito ao primeiro número digitado
case '0' ... '9':
    lcd.setCursor(0,0);
    primeiro = primeiro * 10 + (customKey - '0');
    lcd.print(primeiro);
    break;

// Se for o sinal de adição, realiza a operação de adição e mostra o resultado
no display
case '+':
    // Se já foi digitado um número anteriormente, utiliza ele como o primeiro
    número da operação
    primeiro = (total != 0 ? total : primeiro);
    lcd.setCursor(0,1);
    lcd.print("+");
    // Lê o segundo número digitado
    segundo = SegundoNum();
    // Realiza a operação de adição e armazena o resultado
    total = primeiro + segundo;
    // Escreve o resultado no display
    lcd.setCursor(0,3);
    lcd.print(total);
    // Limpa as variáveis para a próxima operação
    primeiro = 0, segundo = 0;
    break;

// Se for o sinal de subtração, realiza a operação de subtração e mostra o
resultado no display

```

```
case '-':
```

```
    // Se já foi digitado um número anteriormente, utiliza ele como o primeiro número
```

Para garantir a precisão das operações realizadas pela calculadora, foram feitos testes de validação dos resultados, comparando-os com os resultados obtidos em calculadoras convencionais. Ao final dos testes, foi possível comprovar que a calculadora construída apresentou um funcionamento satisfatório, realizando as operações com precisão e apresentando resultados coerentes com as operações realizadas. A metodologia experimental se mostrou adequada para o desenvolvimento deste projeto, permitindo a realização de testes e aprimoramento contínuo da programação e do circuito, até que se alcançasse o resultado esperado. Os resultados alcançados neste projeto foram bastante satisfatórios. Foi possível desenvolver uma calculadora funcional utilizando o microcontrolador Arduino, com as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. O sistema foi projetado para que o usuário pudesse inserir os números e realizar as operações de maneira simples e intuitiva, com a resposta sendo exibida no display LCD conectado ao Arduino. A implementação da calculadora utilizando o Arduino possibilitou a utilização de componentes eletrônicos de baixo custo e facilidade de acesso, tornando o projeto bastante acessível. Além disso, a escolha do Arduino como plataforma de desenvolvimento permitiu a utilização de uma linguagem de programação de alto nível, simplificando o processo de programação e tornando-o acessível mesmo para aqueles que não possuem experiência prévia em programação de microcontroladores. Os resultados obtidos mostram a viabilidade da utilização do Arduino como plataforma para o desenvolvimento de projetos eletrônicos de baixo custo e alta eficiência. O projeto da calculadora desenvolvido pode servir como base para o desenvolvimento de outros dispositivos eletrônicos utilizando o microcontrolador Arduino, ampliando ainda mais as possibilidades de utilização da plataforma. No entanto, é importante ressaltar que o projeto apresentado aqui é apenas uma demonstração do potencial do Arduino como plataforma de desenvolvimento, e que ainda existem muitas possibilidades a serem

exploradas. O Arduino pode ser utilizado em uma grande variedade de projetos, desde aplicações simples como a calculadora desenvolvida neste projeto até projetos mais complexos, como robôs e sistemas de automação residencial. Nesse sentido, a continuidade deste projeto poderia envolver a implementação de novas funcionalidades na calculadora, como a inclusão de funções trigonométricas e de potenciação, por exemplo, ou ainda a utilização de outras tecnologias para aprimorar o sistema, como a incorporação de uma interface gráfica ou a utilização de comunicação sem fio. A discussão dos resultados obtidos no projeto de criação de uma calculadora utilizando o Arduino mostra que a implementação foi bem-sucedida e atendeu aos objetivos propostos. O uso do Arduino permitiu a criação de um dispositivo compacto e de baixo custo, oferecem funcionalidades semelhantes às de uma calculadora convencional. Os resultados obtidos foram consistentes e precisos, o que demonstra a eficácia do projeto em produzir um dispositivo confiável para realizar cálculos matemáticos básicos. Foram realizados testes exaustivos para verificar a precisão e confiabilidade da calculadora, e os resultados obtidos mostraram que a mesma foi capaz de fornecer resultados precisos e confiáveis em todas as operações realizadas. Os resultados deste projeto estão alinhados com outras pesquisas realizadas no campo da eletrônica e da engenharia, que também demonstraram a eficácia do uso do Arduino em projetos de baixo custo e alta precisão. É importante notar que a implementação deste projeto é apenas um exemplo das possibilidades que o Arduino oferece para projetos de eletrônica. O uso do Arduino permite a criação de uma ampla gama de dispositivos, desde simples sensores até complexos sistemas de controle. Em resumo, a discussão dos resultados obtidos neste projeto confirma que o uso do Arduino como plataforma para a criação de dispositivos eletrônicos é uma solução viável e eficaz, que pode ser usada para criar dispositivos precisos, confiáveis e de baixo custo. Concluída a execução do projeto de criação de uma calculadora utilizando o Arduino, pode-se afirmar que os objetivos propostos foram alcançados com sucesso. Através da utilização de componentes eletrônicos, como teclado de membrana, display LCD e microcontrolador Arduino, foi possível construir uma calculadora funcional capaz de realizar operações aritméticas básicas como



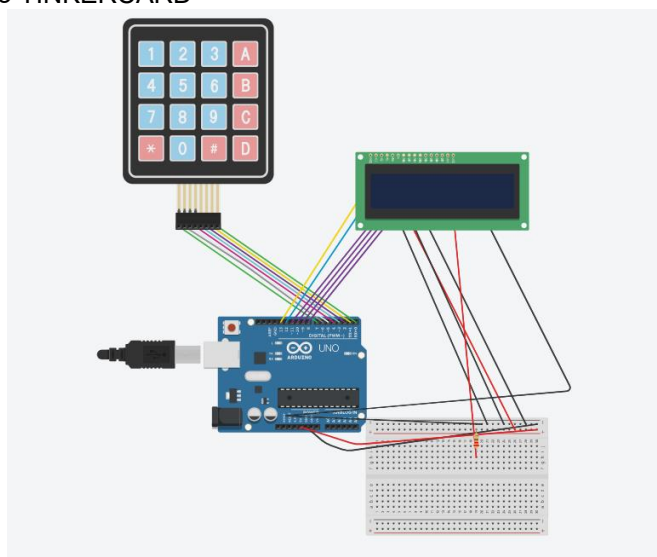
adição, subtração, multiplicação e divisão. A metodologia utilizada foi experimental, em que se realizou uma série de testes e ajustes para aperfeiçoar o funcionamento da calculadora. Inicialmente, foi necessário realizar a montagem dos componentes, seguida da programação do microcontrolador para que pudesse interpretar as informações vindas do teclado de membrana e exibir os resultados no display LCD. Os principais resultados alcançados foram a criação de uma calculadora funcional e de baixo custo, além do aprimoramento das habilidades técnicas em eletrônica e programação. Os testes realizados mostraram que a calculadora funcionava adequadamente e os resultados obtidos eram precisos. Na discussão dos resultados, observa-se que a utilização do Arduino como microcontrolador foi essencial para o sucesso do projeto, já que possibilitou a interação entre os componentes eletrônicos de forma simples e eficiente. Autores como Kurniawan e Nugraha (2017) destacam que o uso do Arduino tem se popularizado devido à sua facilidade de programação e baixo custo, o que o torna uma excelente opção para projetos de eletrônica. Por fim, pode-se concluir que o projeto de criação de uma calculadora utilizando o Arduino foi bem sucedido e atingiu seus objetivos. Além disso, o aprendizado obtido durante a execução do projeto foi de grande valia, não só para a área de eletrônica e programação, mas também para o desenvolvimento de habilidades como planejamento, organização e trabalho em equipe. Segue na sequência a tabela com os principais componentes utilizados no projeto:

Figura 1 – Tabela componentes eletrônicos

<b>Componente</b>	<b>Quantidade</b>
<b>Arduino Uno</b>	1
<b>Teclado de membrana 4x4</b>	1
<b>Display LCD 16x2</b>	1
<b>Resistores de 220 Ohms</b>	8
<b>Protoboard</b>	1
<b>Jumpers</b>	20

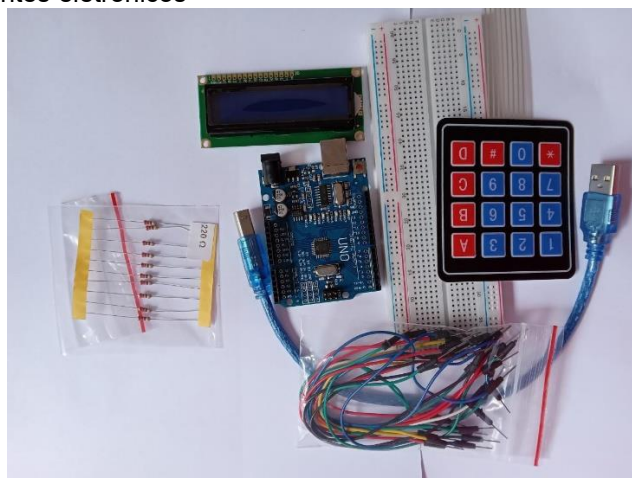
Fonte: Os autores, 2023

Figura 2 –Projeto no TINKERCARD



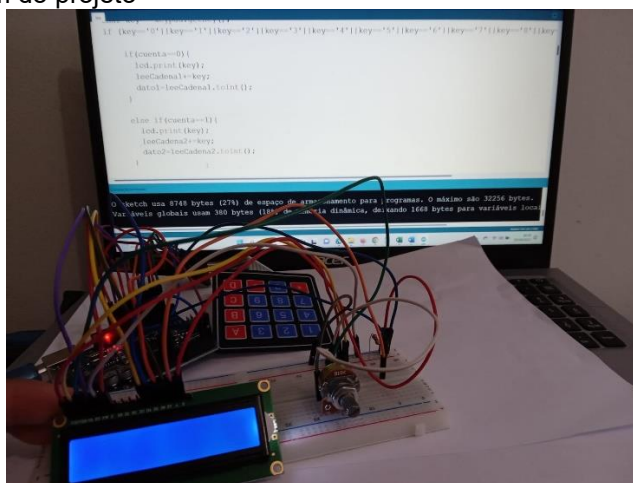
Fonte: Vais, Dominique, (2023).

Figura 3 – Componentes eletrônicos



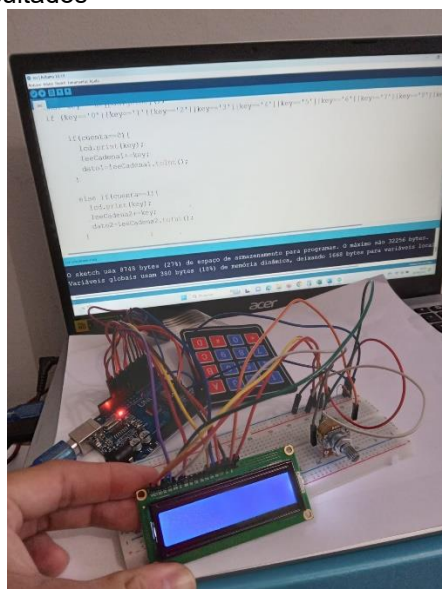
Fonte: Vais, Dominique, (2023).

Figura 4 – Montagem do projeto



Fonte: Vais, Dominique, (2023).

Figura 5 – Projeto e seus resultados



Fonte: Vais, Dominique, (2023).

## REFERÊNCIAS

KURNIAWAN, D., & NUGRAHA, A. (2017). Design of Arduino microcontroller-based auto irrigation system. **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**, 188(1), 012077. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/188/1/012077>

SOARES, L. A. Criação de uma calculadora utilizando a plataforma Arduino. 2021. Disponível em: <https://www.instructables.com/Creating-a-Calculator-Using-Arduino/>. Acesso em: 19 abr. 2023.

## O USO DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO PYTHON PARA O ENSINO EM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

ROSA, Pedro A. S.<sup>35</sup>

PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>36</sup>

A linguagem de programação *python* é a terceira tecnologia mais popular para as pessoas que estão aprendendo a codificar, ficando atrás apenas do HTML/CSS e Javascript(StackOverflow, 2022), ela é uma linguagem simples de se aprender, de código aberto e alto nível, ou seja, com uma sintaxe muito mais compreensível e intuitiva para nós seres humanos, além da curva de aprendizado ser bem menor comparado a outras linguagens de programação, ela conta com muitos recursos valiosos, como bibliotecas para matemática, estatística, análise de dados, montar gráficos entre muitos outros. Para demonstração da sintaxe do *python* já relacionando com a matemática, será utilizado a ferramenta *Google Colaboraty*, ou como vulgarmente conhecida, Google Colab ou simplesmente, Colab, que permite executarmos código *python* na nuvem, sem termos que instalar nenhum recurso em nossa máquina local. Começando com as operações aritméticas básicas, em matemática para representarmos as seguintes operações, utilizamos os símbolos: adição(+), subtração(-), multiplicação(x ou .) e divisão(÷), já em nossos códigos, teríamos o seguinte: adição(+), subtração(-), multiplicação(\*) e divisão(/).

---

<sup>35</sup> Licenciatura em Matemática, Centro Universitário Internacional UNINTER, pedroarosa20@gmail.com

<sup>36</sup> Professor da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; guilherme.pi@uninter.com

```

+ Código + Texto
[7] 10 + 2
    12
[6] 10 - 2
    8
[8] 10 * 2
    20
[9] 10 / 2
    5.0

```

Figura 1 - Exemplo de Operação Aritmética em Python. Ainda em *python* temos a possibilidade de armazenar os valores em variáveis que ficam alocados em um espaço da memória ram do computador e é convenção evitar caracteres especiais, acentos e o cedilha(ç) para nomear variáveis, e separamos as variáveis com nomeação composta pelo *underline* ( ), padrão *snake case*. Podemos calcular a potência de um número usando dois asteriscos (\*\*) e a divisão inteira com duas barras(/ /), onde a parte decimal de um valor é ignorada.

```

+ Código + Texto
[3] #Operações Aritméticas

a = 10
b = 2

adicao = a + b
subtracao = a - b
multiplicacao = a * b
divisao = a / b
divisao_inteira = a // b
potenciacao = a ** 2

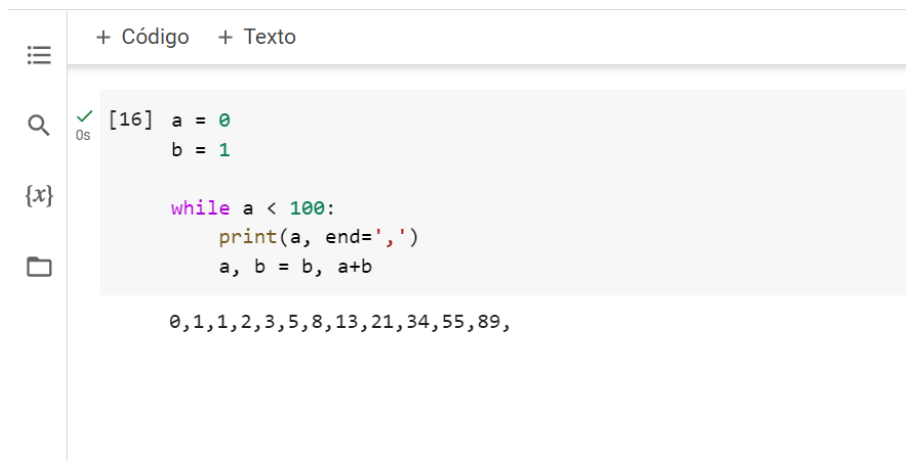
print(f'Adição: {adicao}\nSubtração: {subtracao}\nMultiplicação: {multiplicacao}' +
      f'\nDivisão: {divisao}\nDivisão Inteira: {divisao_inteira}\nPotenciação: {potenciacao}')

Adição: 12
Subtração: 8
Multiplicação: 20
Divisão: 5.0
Divisão Inteira: 5
Potenciação: 100

```

Figura 2 - Exemplos de Operações Aritméticas Usando Variáveis. Além dos operadores aritméticos, temos os operadores relacionais, que realizam uma comparação entre dois ou mais valores ou variáveis, como simbologia é usado para o menor que(<), maior que(>), menor ou igual que(<=), maior ou igual que(>=) e igualdade(==). Nos aprofundando um pouco sobre as variáveis, elas são classificadas em tipos de dados, temos as variáveis do tipo numérico, onde armazenam apenas valores numéricos, os tipos mais usados são o *int* para

números inteiros e *float* para os números com casas decimais, temos as variáveis do tipo alfanumérico, as mais usadas são *str*(string) para textos e *bool*(boolean) para dados booleanos como verdadeiro ou falso. Outros conceitos fundamentais são os laços de repetições(loops) onde “prende” o usuário em determinada ação até que satisfaça a condição lógica, são usados o comando *while* e *for in* para criação desses laços



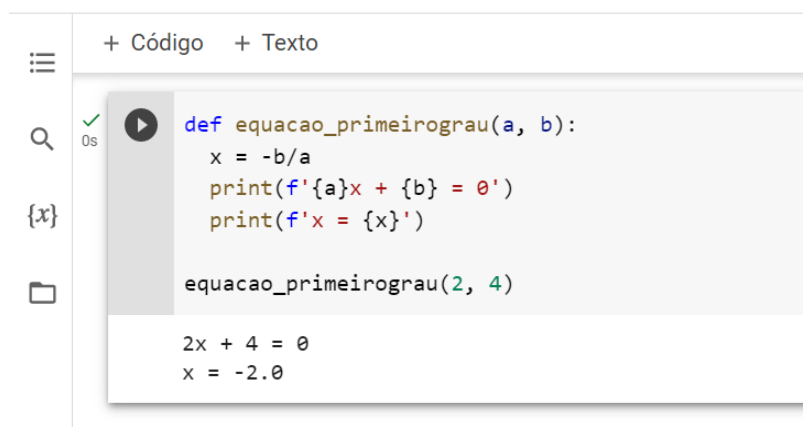
```
+ Código + Texto

[16] a = 0
      b = 1

while a < 100:
    print(a, end=',')
    a, b = b, a+b

0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,
```

Figura 3 - Todos Valores da Sequência de Fibonacci Menores que 100. E as funções nos permitem criar algoritmos desde os mais simples aos mais complexos para resolvermos problemas específicos, como exemplo, uma equação de primeiro grau.



```
+ Código + Texto

def equacao_primeirograu(a, b):
    x = -b/a
    print(f'{a}x + {b} = 0')
    print(f'x = {x}')

equacao_primeirograu(2, 4)

2x + 4 = 0
x = -2.0
```

Figura 4 - Exemplo de Função em Python. Podemos trabalhar com conjuntos usando os *Sets*, veja um exemplo:

```
+ Código + Texto

#Conjuntos
A = {'maçã', 'banana', 'uva', 'laranja', 'maçã', 'uva', 'pera'}
B = {'laranja', 'abacaxi', 'banana'}

#Operações
print(f'Conjunto Intersecção entre A e B {A.intersection(B)}\n')
print(f'Conjunto União entre A e B {A.union(B)}\n')
print(f'Conjunto Diferença entre A e B {A.difference(B)}')

Conjunto Intersecção entre A e B {'laranja', 'banana'}

Conjunto União entre A e B {'laranja', 'banana', 'pera', 'uva', 'maçã', 'abacaxi'}

Conjunto Diferença entre A e B {'pera', 'uva', 'maçã'}
```

Figura 5 - Trabalhando com Conjuntos. O objetivo desta pesquisa, é apresentar o uso da linguagem de programação *python* como uma ferramenta auxiliar para o ensino da matemática na educação básica. Como metodologia, esta pesquisa é de cunho qualitativo, sendo uma pesquisa bibliográfica, tendo como referencial teórico a Base Nacional Comum Curricular(BNCC), onde ressalta a importância de trabalharmos o desenvolvimento do pensamento computacional e aplicarmos problemas que norteiam o cotidiano do aluno. Como resultado e discussão para o tema proposto, foram demonstrados alguns exemplos básicos da linguagem relacionando-a com a matemática, passando pelos operadores aritméticos e relacionais, laços de repetições, funções e a possibilidade de trabalhar conteúdos de conjuntos numéricos usando os *sets*. A partir do site Clubes de Matemática da OBMEP: Disseminando o estudo da matemática, são disponibilizados às "salas de problemas", onde existe vários desafios de variados níveis, desde os mais fáceis até os mais difíceis, podendo também filtrar por uma temática específica, e podem ser utilizados como base para serem solucionados através da linguagem de programação *python*, estimulando uma aprendizagem significativa aos alunos. Para as considerações finais, este resumo expandido teve como proposta demonstrar a utilização da linguagem *python* como uma ferramenta auxiliadora para o ensino em matemática na educação básica, servindo para um estudo mais ativo e permitindo que os alunos possam manipular os problemas a fim de solucioná-los. O *python* permite que os alunos de maneira dinâmica, testem diversos valores para um mesmo problema e consigam compreender o processo de forma reflexiva. A resolução de problemas

e a modelagem matemática juntamente com o *python* aplicando a problemas reais que envolvem o cotidiano do aluno pode ser um estímulo ao aprendizado da matemática e o desenvolvimento do pensamento computacional.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC EI EF 110518 vers aofinal site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf) Acesso em: 22/04/2023

DEVELOPER SURVEY. Stack Overflow, 2022, Disponível em: <https://survey.stackoverflow.co/2022/#most-popular-technologies-language-learn> Acesso em: 20/04/2023.

GRAVE, L. A. S. **O PENSAMENTO COMPUTACIONAL NA PRÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA USANDO PYTHON EM AULAS DE MATEMÁTICA BÁSICA**, Repositório UFSM, 2021, Disponível em: [https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/21866/DIS\\_PPGMRN\\_2021\\_GRAVE\\_LEOMIR.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.ufsm.br/bitstream/handle/1/21866/DIS_PPGMRN_2021_GRAVE_LEOMIR.pdf?sequence=1&isAllowed=y) Acesso em: 21/04/2023.

PRESENTE, G. M. **O ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO PYTHON**, Repositório UTFPR, 2019, Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/5020/1/ensinomatematicalinguagempython.pdf> Acesso em: 21/04/2023.



## O QUE SE PESQUISA EM MATEMÁTICA ATUALMENTE

CORREA, Tatiane da Silva<sup>37</sup>

PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>38</sup>

O presente trabalho discorre sobre o campo de pesquisa matemática no Brasil no tocante como estão estruturadas as pesquisas acadêmicas dentro dessa área de conhecimento, buscando com isso esclarecer aos pesquisadores iniciantes como o campo da matemática está estruturado no desenvolvimento de pesquisas, respondendo à questão: o que os pesquisadores(as) matemáticos(as) pesquisam atualmente? Para isso, analisamos as publicações de periódicos de divulgação científica e de pesquisas realizadas dos centros de referência em matemática como a SBM (Sociedade Brasileira de Matemática), a SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática), O IMPA (Instituto de Matemática Pura e Aplicada - USP). Também analisamos as linhas de pesquisa das Universidades Federais Brasileiras. Diante do observado, ficou evidenciado que, hoje, a pesquisa em matemática se organiza em três ramos: a matemática pura, a matemática aplicada e a educação matemática. A matemática pura se ocupa com pesquisas de caráter estritamente matemático, não se preocupando com a aplicação prática de seus objetos de estudo. É o que chamamos de "Matemática pela Matemática". As principais pesquisas realizadas nessa área estão relacionadas com Álgebra, a Análise, Equações Diferenciais Parciais, Geometria Algébrica, Geometria Diferencial, Sistemas Dinâmicos. A matemática aplicada está associada às pesquisas de caráter prático, situações-problema oriundas de outras áreas de conhecimento, sendo as principais: Análise Aplicada, Biomatemática, Geofísica, Inteligência Computacional, criptografia, Análise e processamento de imagens, métodos de otimização e modelagem de sistemas, pesquisa operacional, bioestatística, estatística aplicada e probabilística, economia e sistemas bioecológicos, teoria dos jogos. E por fim a

---

<sup>37</sup> Aluna de Bacharelado em Matemática do Centro Universitário Internacional UNINTER; esc.tati@gmail.com

<sup>38</sup> Professor da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; guilherme.pi@uninter.com

Educação Matemática que se ramifica em duas linhas de pesquisa, uma voltada para a prática docente, tendo como objeto de estudo o ensino e a aprendizagem matemática sob o aspecto profissional, objetivando uma melhoria significativa nos seus processos e outra que é de caráter científico cujo objetivo é a construção de conhecimento sobre as interações entre ensino e aprendizagem de matemática, buscando respostas às questões como: de que forma aprendemos matemática? Quais são os principais desafios em aprender matemática? Também procura desenvolver materiais para o ensino e aprendizagem matemática, digitais ou não. Este trabalho surge da necessidade de se ter uma visão geral sobre as pesquisas contemporâneas no campo da matemática para a produção de trabalhos acadêmicos de um pesquisador matemático iniciante, considerando, que muitos alunos dos cursos de matemática se desesperam quando tem que escolher um tema para sua pesquisa pois há uma falsa impressão de que não há pesquisas nesse campo, como há em outras áreas com de medicina, biologia, neurociências, entre outras. O que pode ser justificado pela falta de incentivos financeiros e políticos para esse campo acadêmico. Muitos alunos dos cursos de bacharelado em Matemática se deparam com um entrave epistemológico quando vai delimitar seu tema e estabelecer seu objeto de pesquisa para o desenvolvimento de seus trabalhos simplesmente por não ter o conhecimento de quais e de como estão sendo realizadas as pesquisas em matemática. É notório que a Matemática enquanto ciência, tem um repertório denso e vasto de conhecimentos, devido ao seu surgimento ser inerente à evolução da espécie humana, o que dá a falsa ilusão de que não há mais nada o que se pesquisar, o que diante da presente pesquisa ficou explícito que não. É importante destacar que quando estamos diante de uma pesquisa matemática é primordial compreendemos onde nosso objetivo de pesquisa se enquadra, ou seja; se nossa questão é de aspecto teórico, prático ou epistemológico, pois quando a nossa pesquisa é de caráter teórico, o pesquisador de matemática pura pesquisa estruturas matemáticas e faz demonstrações, estas, como fala Hummes, são como as experiências para a Física. As demonstrações dão a veracidade ou não dos resultados. Para o pesquisador em matemática aplicada, seus esforços estão voltados para

resolver problemas, utilizando de seus conhecimentos de matemática pura, conforme descreve Hummes, parte-se de um modelo baseado em hipóteses com diversas variáveis, passando por uma análise matemática, validação do modelo e por fim, fazendo as devidas conclusões e interpretações. A matemática aplicada é uma área interdisciplinar. Já o pesquisador em educação matemática procura investigar as relações entre os métodos de ensino e de aprendizagem dos objetos matemáticos, procurando compreender os diferentes obstáculos epistemológicos, tendo como apoio outras ciências como as neurociências e a psicologia. Também faz parte das pesquisas em educação matemática o desenvolvimento de materiais didático-pedagógicos, físicos ou digitais, e formação docente. Com isso, esperamos dar ao leitor uma visão inicial de como as pesquisas em matemática estão sendo realizadas em nosso país, a fim de colaborar com os futuros cientistas na delimitação de seus objetos de pesquisa e tirando um pouco da sensação frustrante do desconhecido.

## REFERÊNCIAS

Disponível em: <ime.unicamp.br> acesso em: 26/04/2023

Disponível em: <impa.br/pesquisa> acesso em: 26/04/2023

Disponível em: <https://sbm.org.br/> acesso em:27/04/2023

HUMMES, Viviane. Pesquisa em diferentes campos do conhecimento.

Mat.ufrgs.br, s.d. disponível em:<

[http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/pesquisa/texto\\_hummes.pdf](http://www.mat.ufrgs.br/~vclotilde/disciplinas/pesquisa/texto_hummes.pdf)>  
acesso em:26/04/2023

## **LOOP QUANTUM GRAVITY (LQG) DE CARLO ROVELLI – UTILIDADE E IMPORTÂNCIA DO SEU ESTUDO POR GRADUANDOS EM FÍSICA**

DOGE, Andrômeda Surak<sup>39</sup>  
GIORGI JR., Romulo Ponticelli<sup>40</sup>  
TEDESCO, Daniel Guimarães<sup>41</sup>

O tema do presente trabalho é a *loop quantum gravity* (LQG) de Carlo Rovelli. O presente trabalho tem, como objetivo imediato, o de analisar as características gerais da LQG, na sua elaboração e desenvolvimento até o final do sec. XX, identificando algumas de suas principais contribuições, constituindo um estudo preliminar para futura pesquisa por graduandos em física e mediato o de pesquisar as próprias características da LQG. A metodologia envolve a pesquisa em fontes doutrinárias (livros-texto e artigos científicos). Uma das inúmeras iniciativas para reunir a relatividade geral de Einstein e a mecânica quântica é a LQG. Seu fundamento é a hipótese de que o espaço-tempo é formado por minúsculos "loops" ou "ganchos" que se conectam uns aos outros continuamente. Esses *loops* abrangem tanto o espaço quanto o tempo e são conectados por relações quânticas conhecidas como "holonomias"<sup>42</sup>. De acordo com a LQG o espaço-tempo tem uma dimensão mínima para esses *loops* conhecida como "comprimento de Planck". A dinâmica desses *loops* é descrita pela mecânica quântica, enquanto a geometria do espaço-tempo em larga escala é descrita pela relatividade geral. Uma das principais implicações da LQG é que o espaço e o tempo não são mais entidades independentes e absolutas,

<sup>39</sup> Acadêmica de Bacharelado em Física pela UNINTER e em Biomedicina pela UNIASSELVI, andromedasurak@outlook.com, currículo lattes: <http://lattes.cnpq.br/3622421205162442>.

<sup>40</sup> Acadêmico de Licenciatura em Física pela UNINTER e doutor em Direito Constitucional pela UFRGS, romulopg@outlook.com, currículo lattes: <https://lattes.cnpq.br/1569727143971459>.

<sup>41</sup> Doutor em Ciências - Física pela UERJ. Professor da UNINTER, daniel.te@uninter.com, <http://lattes.cnpq.br/2216096357834491>.

<sup>42</sup> A **holonomia** é "um conceito muito importante na Teoria da Foliação. Em muitas situações ele determina completamente a estrutura da foliação." (DILLEN & VESTRAELEN, 2006, p. 39, tradução nossa). "Muitos sistemas mecânicos envolvem partículas ou sistemas de partículas cujas posições são restritas" por um constritor holonômico (GODINHO, Leonor & NATÁRIO, José. **An Introduction to Riemannian Geometry**: with applications to mechanics and Relativity. Cham, Suíça: Springer, 2014, p. 174)

mas são criados pela rede de *loops* interconectados. Além disso, a teoria prevê a existência de um estado de energia mínima do universo, conhecido como "estado de vácuo quântico", que pode ter consequências observacionais na física de partículas e na cosmologia. Há muitos problemas em aberto em relação à LQG: como a teoria interage com outras teorias quânticas de campos, como a teoria quântica de campos padrão, ou como ela possa ser testada empiricamente, por exemplo. A discussão será efetuada a partir dos dados coletados das fontes doutrinárias. A gravidade quântica busca conciliar a física quântica e a relatividade geral (D'INVERNO & VICKERS, 2022, p. 3). A LQG não é uma teoria completa nem se conseguiu ainda comprovar sua total consistência com a Teoria Clássica da Relatividade Geral (TRG)<sup>43</sup>. Seu ponto forte é sua capacidade de descrever o espaço-tempo quântico de forma independente do contexto e não perturbativa. É menos ambiciosa que a teoria das cordas, pois, ao contrário desta, a LQG não pretende unificar todas as forças fundamentais (ROVELLI, 2008, p. 5). A gravidade quântica<sup>44</sup> é vista como a última etapa do caminho para a unificação da mecânica quântica com a relatividade geral sem recorrer nem à supersimetria nem a dimensões adicionais<sup>45</sup>. Os principais méritos da LQG são o de propiciar uma formulação matematicamente rigorosa<sup>46</sup>

---

<sup>43</sup> A relatividade geral parte da equivalência entre a aceleração e a gravidade (SUSSKIND & CABANNES, 2023, pp. 4, 11, 17 e ss.) em tudo exceto nos efeitos decorrentes da maré gravitacional, que encolhe ou pressiona os objetos colocado ao longo de linhas equipotenciais e alonga objetos colocados transversalmente a estas linhas. Esses efeitos de maré não podem ser simulados pela mera aceleração (Ibidem, pp. 17-20). Se os efeitos decorrentes de uma gravidade aparente decorrerem de mera aceleração, eles poderão ser eliminados por transformações de coordenadas (Ibidem, p. 14), enquanto se decorrerem de gravidade não poderão sê-lo, pois a gravidade altera a própria geometria e a métrica do sistema, que passa a ser curva (Ibidem, pp. 30, 32). De fato, não há distinção entre a curvatura do espaço e o efeito das marés gravitacionais (Ibidem, p. 38).

<sup>44</sup> A LQG, ao contrário da teoria das cordas, tem uma formulação direta, na qual os graus de liberdade são claros, não se baseando em uma estrutura do espaço-tempo e buscando compreender o que é o espaço-tempo quântico em um nível fundamental (ROVELLI, 2008, p. 8).

<sup>45</sup> As principais versões da teoria das cordas utilizam 10 ou 11 dimensões e recorrem à supersimetria, não apenas se afastando da realidade experimental como tomando, como ponto de partida, suposições sem base empírica, concebendo a gravidade como uma excitação de uma *string* ou outro objeto estendido, localizado em uma determinada métrica do espaço (ROVELLI, 2008, p. 7).

A LQG, ao contrário, mantém as características fundamentais da visão de Einstein da gravidade como uma demonstração de que as noções clássicas sobre o espaço e o tempo são inadequadas no nível fundamental (ROVELLI, 2008, p. 8).

<sup>46</sup> O ponto de partida da formalização da LQG é a formulação da TRG nos termos da conexão de Se-Ashtekar-Barbero, fixando um espaço tridimensional  $M$ , compacto e sem limites, e considerando funções reais suaves  $SU(2)$ , conexão  $A_a^i(x)$  e uma densidade vetorial  $E_i^a$ ,

de uma teoria quântica de campos geralmente covariante, não perturbativa e independente do contexto, viabilizando investigações da física do *Big Bang* e da entropia dos Buracos Negros (ROVELLI, 2008, p. 10). A LQG é uma “quantização”<sup>47</sup> conservativa da TRG, baseada apenas em ideias físicas suportadas empiricamente. Uma teoria quântica da gravidade é, também, uma teoria da métrica do espaço-tempo. O nome *loop* em *loop quantum gravity* (LQG) vem da álgebra utilizada, a álgebra de *loop* (ROVELLI, 2008, p. 18). A LQG mantém, da TRG, o difeomorfismo<sup>48</sup>. Assim, os estados quânticos são concebidos<sup>49</sup> como excitações em *loops* e grafos em um campo gravitacional em uma superfície diferencial denominada de rede de *spin* (ROVELLI, 2008, p. 20 e ROVELLI, 2021a, pp. 161-162 e 171). Os estados físicos do campo gravitacional são classificados pela teoria dos nós (ROVELLI, 2008, p. 28). Dentro de buracos negros e no *Big Bang* o tempo desaparece e geralmente se assume que a gravidade assuma efeitos quânticos apenas em dimensões diminutas, próximas da escala de Planck, da ordem de  $10^{-35}$ m, mas os efeitos podem aparecer em

---

transformando a representação vetorial de  $SU(2)$  em  $M$ . Usamos  $a, b, \dots$  como índices espaciais e  $i, j, \dots$  como índices internos. As coordenadas de  $M$  indicamos como  $x$ . A relação entre estes campos e a métrica convencional gravitacional, considerando  $\hat{E}_i^a(x)$  como a tríade inversa e densitizada, relacionada com os tensores métricos  $g_{ab}(x)$ , em superfícies constantes no tempo, é:

$$g \cdot g^{ab} = \hat{E}_i^a \hat{E}_i^b$$

, onde  $g$  é o determinante de  $g_{ab}$ .

$$A_a^i(x) = \Gamma_i^a(x) + \gamma \cdot K_a^i(x)$$

na qual  $\Gamma_i^a(x)$  é a conexão de *spin* à tríade.  $K_a^i(x)$  é a curvatura extrínseca do espaço tempo tridimensional e  $\gamma$  é uma constante, chamada de parâmetro de *Immirzi*, cuja escolha arbitrária gera diferentes versões do espaço-tempo, ao alterar a restrição hamiltoniana. Com  $\gamma = 1$  temos a conexão padrão de Barbero. A formalização fica particularmente simples com  $\gamma = i$ , gerando uma forma assemelhada à da TRG de Lorenz, enquanto com  $\gamma = 1$  temos uma TRG Euclidiana. Outros valores são também viáveis (ROVELLI, 2008, p. 23).

Chama-se **extrínseca** a curvatura quando esta “se refere ao modo como um espaço [...] está embutido em um espaço com dimensão superior” (SUSSKIND & CABANNEs, 2023, p. 55, tradução nossa, itálicos do original).

<sup>47</sup> Ao quantizar o espaço, estamos assumindo que certos estados concentrados em estruturas unidimensionais (*loops* e grafos) têm norma finita. Traçando uma analogia com a intuição de Faraday de que os graus de liberdade podem ser concebidos como linhas no espaço, ROVELLI (2008, p. 19) defende que possamos descrever uma teoria quântica de campos com base nestas linhas.

<sup>48</sup> O difeomorfismo é a invariabilidade dos estados físicos quando deslocamos todos os objetos dinâmicos ao mesmo tempo. Desta forma, a LQG concebe as excitações da teoria quântica de campos não como excitações em um espaço, mas como excitações na própria área de ação (ROVELLI, 2018, pp. 19-20).

<sup>49</sup> “A LQG é uma teoria quântica de campos padrão. Assim, você pode escolher sua interpretação favorita da mecânica quântica e utilizá-la para interpretar os aspectos quânticos da LQG” (ROVELLI, 2008, p. 21, tradução nossa).

escalas maiores, pela superposição, desaparecendo os efeitos quânticos pela decoerência (KIEFER, 2017, p. 289-290)<sup>50</sup>. A LQG estuda a própria natureza do espaço e do tempo (ROVELLI, 2007, p. 1.287), estuda a ligação dos buracos negros com os buracos brancos<sup>51</sup> e é uma alternativa à teoria das Cordas (CONLON, 2016, p. 242)<sup>52</sup> e uma das principais tentativas para fornecer uma visão quântica da gravidade (ROVELLI, 2015, p. 145). O resultado obtido foi a análise da LQG enquanto uma iniciativa para compatibilizar a mecânica quântica com a relatividade geral, elencando vários pontos que essa propõe explicar, como a natureza do espaço-tempo, a física do *Bing Bang* e a ligação dos buracos negros com os buracos brancos. Trata-se de estudo preliminar, que se pretende aprofundar como tema de pesquisa em sede de futuro trabalho de conclusão de curso. Como considerações finais: a LQG é um assunto não apenas intrigante, mas uma hipótese que pode propiciar uma forma de compreender a estrutura do espaço-tempo, buscando a conexão da RG com a mecânica quântica.

## REFERÊNCIAS

BRICMONT, Jean. **Making Sense of Quantum Mechanics**. Cham, Suíça: Springer Nature, 2016.

---

<sup>50</sup> O comprimento de Planck é dado pela fórmula

$$l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1,62 \cdot 10^{-35} \text{m} \text{ (KIEFER, 2017, p. 289)}$$

A decoerência “refere o fato de que, após a interação com um sistema macroscópico, os suportes da função de onda correspondentes aos diferentes resultados possíveis de uma interação não mais se sobrepõem em uma configuração espacial”. “O fato de que dois termos [da função de onda] não se sobreponham ou interfiram é chamado de decoerência” (BRICMONT, 2016, pp. 154 e 297, tradução nossa).

<sup>51</sup> “Um buraco branco é o modo no qual apareceria um buraco negro se pudéssemos filmá-lo e projetar o filme ao contrário” (ROVELLI, 2023, p. 41, tradução nossa).

Os buracos brancos podem, na prática, ser quase impossíveis de observar, pois a emergência da matéria, após o seu colapso dentro do horizonte de eventos, para um buraco negro com massa estelar, teria uma duração da ordem de microssegundos, o que dificulta a sua visualização. Mesmo nos maiores buracos negros observados, com massa da ordem de bilhões de massas solares, esse colapso duraria apenas umas poucas horas (ROVELLI, 2021b, pp. 136-137).

<sup>52</sup> Enquanto a LQG surge de ideias e intuições físicas e busca explicar a realidade, a Teoria das Cordas é frequentemente criticada tanto pela distância com a realidade experimental como por surgir de ideias sem fundamento empírico e até pela dificuldade em aprimorar nosso conhecimento do mundo real, pela liberdade excessiva em especular com dimensões supra espaciais e pela ausência de descrições geométricas coerentes de como a teoria deva ser concebida em termos físicos ordinários, ainda que seja quase três vezes mais popular que a LQG (PENROSE, 2016, pp. xvi, 67 e 85).

CONLON, Joseph. **Why String Theory**. Boca Raton, FL, EUA: CRC Press, 2016.

DILLEN, F. J. E. & VESTRAELEN, L. C. A (eds). **Handbook of Differential Geometry**. Amsterdam, Holanda: Elsevier, 2006.

D'INVERNO, Ray. **Introducing Einstein's Relativity**. New York, NY, EUA: Oxford University Press, 1992.

\_\_\_\_\_ & VICKERS, James. **Introducing Einstein's Relativity: a deeper understanding**. 2<sup>nd</sup> ed. Oxford, UK: Oxford University Press, 2022.

GODINHO, Leonor & NATÁRIO, José. **An Introduction to Riemannian Geometry: with applications to mechanics and Relativity**. Cham, Suíça: Springer, 2014.

KIEFER, Claus. Does Time Exist in Quantum Gravity? *In*: LEMKUHL, Dennis; SCHIEMANN, Gregor & SCHOLZ, Erhard (eds.). **Towards a Theory of Spacetime Theories**. NY, NY, EUA: Birkhäuser, 2017, p. 287-296.

PENROSE, Roger. **Fashion, Faith and Fantasy in the New Physics of the Universe**. Princeton, NJ, EUA: Princeton University Press, 2016.

ROVELLI, Carlo. Quantum Gravity. **Philosophy of Physics**, UK, p. 1.287-1.329, 2007.

\_\_\_\_\_. Loop Quantum Gravity. **Living Reviews in Relativity**, Potsdam, Alemanha, n. 11, p. 5-69, 2008. Disponível em: <http://www.livingreviews.org/lrr-2008-5>. Acesso em 10 abr. 2023.

\_\_\_\_\_. (ed.). **General Relativity: the most beautiful of theories. Applications and trends after 100 years**. Boston: De Gruyter, 2015.

\_\_\_\_\_. **The Order of Time**. New York, NY, EUA, 2018: Riverhead Books, livro-eletrônico.

\_\_\_\_\_. **Relatività Generale**. Una semplice introduzione. Idee, struttura concettuale, buchi neri, onde gravitazionali, cosmologia e cenni di gravità quantistica. Milão: Adelphi, 2021a, livro-eletrônico.

\_\_\_\_\_. **General Relativity: the essentials**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2021b.

\_\_\_\_\_. **Buchi Bianchi: dentro l'orizzonte**. Milão: Adelphi, 2023, livro-eletrônico.

SUSSKIND, Leonard & CABANNES, André. **General Relativity: the theoretical minimum**. London: Allan Lane, 2023, livro-eletrônico.



## O TRÂNSITO DE SÃO PAULO SOB A PERSPECTIVA DA TEORIA DOS JOGOS

SANTANA, Müller R. Moura.<sup>53</sup>

PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>54</sup>

A Teoria dos Jogos é uma área da matemática que se concentra em entender como indivíduos tomam decisões em situações estratégicas, considerando os interesses de todos os envolvidos (BIERMAN; FERNANDEZ, 2011). Essa teoria tem sido aplicada em diversos problemas do dia a dia, como no trânsito das grandes cidades, que envolve múltiplos jogadores em um sistema complexo e dinâmico. Conceitos como Equilíbrio de Nash e Ótimo de Pareto são essenciais para analisar e solucionar esses problemas estratégicos, ajudando a identificar soluções viáveis para o congestionamento. É possível utilizar a Teoria para analisar situações no trânsito de metrópoles como São Paulo, que é a cidade mais congestionada do Brasil, situação que afeta a qualidade de vida das pessoas, bem como pode ocasionar acidentes e mortes. De acordo o Relatório Anual de Acidentes de Trânsito de 2021, a cidade registrou 6.860 ocorrências entre atropelamentos e sinistros veiculares, ocasionando 823 óbitos (SÃO PAULO, 2023). O objetivo deste artigo é propor e analisar a aplicação da Teoria dos Jogos no contexto do trânsito entre o Tatuapé e Pinheiros, bairros na zona Leste e Oeste da cidade, respectivamente, utilizando conceitos como o Equilíbrio de Nash e o Ótimo de Pareto para encontrar soluções que atendam aos interesses dos motoristas particulares e do poder público. Foi modelado um jogo, no qual cada jogador busca maximizar seus próprios interesses, identificando as estratégias mais eficazes para cada um e buscando soluções viáveis, de um lado, um motorista particular que precisa fazer o trajeto indicado e, do outro, o poder público que tem como uma de suas incumbências a aplicação do orçamento para a solução do problema. De acordo com Fiani (2011), o Equilíbrio de Nash é alcançado quando cada jogador escolhe a melhor estratégia possível, levando em conta as escolhas dos demais jogadores, sem incentivo para mudar

---

<sup>53</sup>Aluno de mestrado, UFABC, muller.moura@ufabc.edu.br.

<sup>54</sup>Doutor, professor no Centro Universitário UNINTER, guilherme.pianezzzer@gmail.com.

sua estratégia, enquanto o Ótimo de Pareto busca maximizar o bem-estar coletivo, sem prejudicar nenhum dos jogadores envolvidos. Embora existam diferenças entre esses conceitos, ambos podem ser aplicados na resolução de problemas em situações estratégicas. Com isso, modelamos um jogo, que leva em conta a decisão de um motorista que precisa fazer o trajeto mencionado, a partir de três estratégias e o poder público, que tem em seu orçamento um valor a ser realizado em mobilidade urbana, porém, pode ser revisto, dependendo das necessidades da prefeitura, conforme o Quadro 1. Entendemos que é razoável considerar a modelagem, conforme o Quadro 2, que apresenta, além das estratégias mencionadas, o fluxo do trânsito por via, ou usuários por trem, em caso do uso do metrô, enquanto transporte público. Sob a ótica do Equilíbrio de Nash, as pessoas tendem a manter suas rotinas de trânsito, mesmo que isso contribua para o congestionamento e a poluição, e o poder público investe no orçamento planejado, sem contar com imprevistos, representado pelo par (P2, M1). Já sob a perspectiva do Ótimo de Pareto, a solução mais benéfica para todos os usuários do trânsito, sem prejudicar ninguém, por meio de um investimento eficiente em mobilidade urbana e da flexibilidade dos motoristas em optar por meios alternativos de transporte, que conte com uma reserva para atuar em casos atípicos como enchentes, vias danificadas, desabamentos etc. Assim, a solução que alcançaria o Ótimo de Pareto seria o par (P3, M3), uma vez que o uso do transporte público, além de resolver a questão do trânsito, apresenta menor impacto ambiental. Enquanto o Equilíbrio de Nash foca na maximização do resultado individual, o Ótimo de Pareto busca a maximização do bem-estar coletivo. Nesse contexto, a solução que alcança o Ótimo de Pareto é mais interessante, pois beneficia a sociedade como um todo.

**Quadro 1**

<b>Jogadores</b>	<b>Estratégias</b>
Motoristas particulares.	M1. Manter o trajeto via marginal Tietê, que conta com 18km e tem um índice de trânsito muito alto no horário selecionado. O motorista levaria em média 90 minutos para alcançar seu destino.
	M2. Utilizar a Marginal Pinheiros, que conte com 28km e tem índice de trânsito um pouco menor que a opção anterior. O motorista também levaria em média 90 minutos para alcançar seu destino.

	M3. Optar pelo uso de transporte público. Que conta com um alto fluxo de passageiros, devido a quantidade de veículos e linhas abaixo do necessário. O motorista levaria 48 minutos para realizar o trajeto.
Poder público – Prefeitura de São Paulo	P1. Aplicar o orçamento de forma ostensiva, conforme a necessidade pontual.
	P2. Aplicar o orçamento, pensando na resolução de problemas existentes, sem contar com fundo de reserva para casos imprevistos.
	P3. Aplicar o orçamento tendo em vista a resolução de todos os problemas atuais de trânsito e mobilidade, com a possibilidade de extrapolação deste para a solução de casos imprevistos.

Fonte: o autor, 2023.

#### Quadro 2

	M1	M2	M3
P1	Muito alto	Alto	Muito Alto
P2	Alto	Médio	Alto
P3	Médio	Baixo	Entre baixo e médio

Fonte: o autor, 2023.

## REFERÊNCIAS

BIERMAN, H., FERNANDEZ, L. **Teoria dos jogos**. 2 ed. São Paulo: Pearson, 2011

FIANI, R. **Teoria dos Jogos Com Aplicações em Economia, Administração e Ciências Sociais**. Terceira Edição. 8ª tiragem. Elsevier, 2015

SÃO PAULO. Secretaria Especial de Comunicação. Número de acidentes de trânsito cai pelo segundo ano seguido na cidade. **Cidade de São Paulo: Notícias**. Disponível em: <https://encurtador.com.br/cfCEM>. Acessado em 28 abr. 2023

## ALGORITMO COMPUTACIONAL EM VISUALG GERADOR DE CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE POR NÚMEROS PRIMOS

LIMA, Alan Dérick de Araujo<sup>55</sup>  
PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>56</sup>

No presente trabalho, que tem como palavras-chave, Aritmética. Critérios de divisibilidade. Divisibilidade. é apresentado um algoritmo computacional em Visualg gerador de critérios de divisibilidade por números primos. Critérios de divisibilidade são pouco ensinados na educação básica. Vê-se apenas no 6º ano do Ensino Fundamental e em provas olímpicas de matemática. Além disso, é um tema belo e muito vasto da teoria dos números, pois existem vários critérios de divisibilidade para um mesmo número. Por isso, é interessante saber como os critérios de divisibilidade por números são criados e como construir um algoritmo computacional para gera-los. O objetivo geral do trabalho é apresentar um algoritmo computacional em Visualg gerador de critérios de divisibilidade por números primos. Os objetivos específicos do trabalho são exibir elementos da aritmética modular, apresentar e o Teorema da quebra na unidade e mostrar alguns critérios de divisibilidade por números primos utilizando o Teorema da quebra na unidade. A pesquisa deste trabalho será bibliográfica. A pesquisa terá como fonte livros, artigos, monografias e dissertações. Foram utilizados os livros de Hefez (2006) e Oliveira (2010); os artigos de Guedes (1988) e Ribeiro (2020) e as dissertações de Silva (2019) e Shimokawa (2020). Primeiramente, são expostos os elementos da aritmética modular e o Teorema da quebra na unidade. Depois, são expostos alguns critérios de divisibilidade utilizando o Teorema da quebra na unidade. É apresentada uma tabela com os critérios de divisibilidade por números primos menores do que 100. Também, é apresentado o ambiente de programação criado por um professor brasileiro chamando Visualg, que significa visualizador de algoritmos. Por fim, é apresentado um algoritmo computacional para gerar critérios de divisibilidade por números primos e são

---

<sup>55</sup> Mestre em matemática, EEM Eliezer de Freitas Guimarães, e-mail: alanderickalima@gmail.com.

<sup>56</sup> Professor da Área de Exatas do Centro Universitário Internacional UNINTER; guilher.pi@uninter.com

feitas algumas considerações sobre o uso de ferramentas computacionais para resolução de problemas na matemática.

## REFERÊNCIAS

GUEDES, Mário Gustavo Pinto.88). Outros critérios de divisibilidade. **Revista Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n2, 1988

HEFEZ, Abramo. Aritmética. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

OLIVEIRA, Krerley Irraciel Martins; FERNÁNDEZ, Adán José Corcho. Iniciação à matemática: um curso com problemas e soluções. Rio de Janeiro: SBM, 2010.

RIBEIRO, Bruno; SILVA, Talysson Paulo da. Montando critérios de divisibilidade diferentes. Professor de matemática on-line, Rio de Janeiro, v.8, n.2, abril de 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.21711/2319023x2020/pmo813>>.

SILVA, Talysson Paulo da. Critérios de divisibilidade: usuais, incomuns e curiosos. 61 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2019.

SHIMOKAWA, Edivaldo Yuzo. Teste de Chika: Um critério geral de divisibilidade. 2020. 34 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Mato Grosso, Cuiabá, 2020.

## **A ABORDAGEM DA ECONOMIA CIRCULAR E SOLIDÁRIA EM COMUNIDADES MARGINALIZADAS DE FLORIANÓPOLIS**

SANTOS, Djezeir Mashal dos<sup>57</sup>  
PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>58</sup>  
SILVA, Rodolfo dos Santos<sup>59</sup>

Este resumo expandido apresenta a pesquisa em andamento do GP Economia Circular e Solidária de uma instituição de ensino superior no Brasil. O objetivo deste estudo é analisar, a partir de dados quantitativos e qualitativos, os impactos positivos de economia circular e solidária em comunidades marginalizadas selecionadas da cidade de Florianópolis, Santa Catarina. Como resultado secundário, com base nas experiências das instituições e organizações da sociedade civil, a pesquisa busca apontar as possibilidades de criação de empregos, redução dos desperdícios, ampliação da renda e conservação do meio ambiente, a partir dos fundamentos teóricos e práticos da Economia Solidária e da Economia Circular. A Economia Solidária promove a criação de pequenos negócios locais que impulsionam o emprego e a renda, além de oferecer capacitação e oportunidades de emprego, fomentando o desenvolvimento sustentável, algo que os modelos econômicos dominantes têm falhado em realizar. A pesquisa de campo buscou identificar práticas existentes de Economia Circular e/ou Solidária. Entre as iniciativas encontradas, destaca-se o projeto Bairro Educador, um programa de inovador de educação não formal que promove a expansão dos repertórios formativos e atividades educacionais, como oficinas de ensino, esporte, arte, cultura, lazer e profissionalização, fortalecendo a integração entre comunidade e instituições. Implementado pela Secretaria Municipal de Educação e gerido pelo Instituto Escola de Esporte Cidadã, o projeto conta com mais de 40 oficinas, atende aproximadamente 5.000 pessoas e possui 12 sedes distribuídas em 6 regiões de Florianópolis (Figura 01).

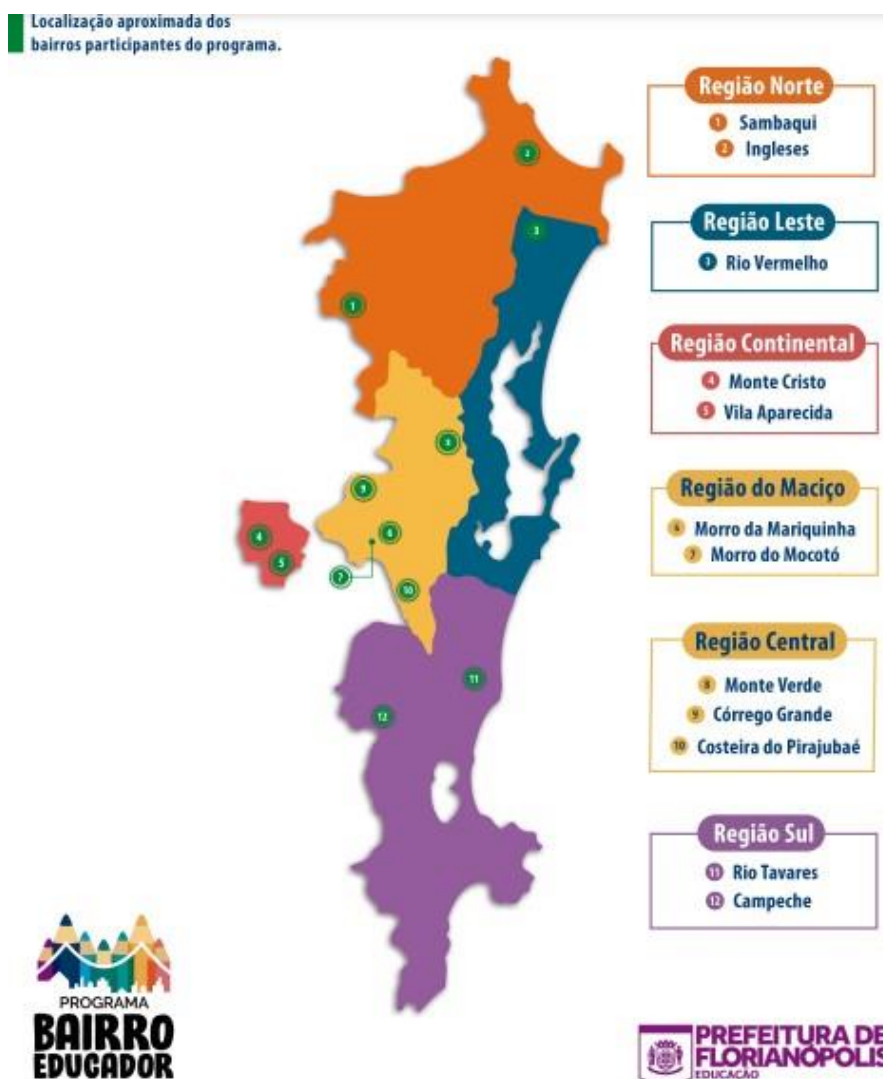
<sup>57</sup> Estudante de bacharelado em matemática, UNINTER, [djezeir.mashal@gmail.com](mailto:djezeir.mashal@gmail.com).

<sup>58</sup> Docente do curso de Bacharelado em Matemática, UNINTER, Doutor em Matemática, [guilherme.pi@uninter.com](mailto:guilherme.pi@uninter.com)

<sup>59</sup> Docente do curso de Bacharelado em Matemática, UNINTER, Doutor em Economia, [rodolfo.s@uninter.com](mailto:rodolfo.s@uninter.com)

Analisando o projeto à luz da Economia Circular e Solidária, comparamos essa iniciativa com o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) da capital catarinense. Sendo que a referência numérica varia de 0 até 1, o índice que a capital catarinense obteve é de 0,847. No entanto, os dados do IDH não têm se traduzido em condições equitativas de bem-estar social. Essa discrepância é evidente ao avaliarmos o alto custo de vida na região e a presença significativa de descendentes de europeus. A composição étnica da população de Florianópolis tem raízes na imigração de portugueses açorianos, italianos e alemães desde o século 17, o que reforça a influência dos costumes europeus sobre a população. Desde o século 20, a cidade vem atraindo brasileiros de todas as regiões, contribuindo para uma sociedade etnicamente diversificada, embora apenas demograficamente. Isso leva a um fenômeno comum entre as grandes cidades: a segregação urbana, um processo de ocupação do espaço urbano por determinadas pessoas ou grupos sociais devido à marginalização decorrente de fatores econômicos, culturais, históricos e até raciais. Considerando o tamanho da população de 516.524 pessoas aproximadamente (segundo IBGE), a empregabilidade obteve 119,4 mil admissões formais e 108,8 mil desligamentos após o período de pandemia, resultando num saldo de 10.649 novos trabalhadores no último ano. O que nos leva a situação do desemprego. Em 2022, Florianópolis obteve um dos menores números de pessoas desempregadas no Brasil, uma taxa de 3,9%. Sendo 0,6% a menos que um trimestre antes e 2,4% destes, moradores de periferias. Nesse contexto, este estudo serve como ponto de partida para questionar e enfatizar a importância de aplicar conhecimentos de Pesquisa Operacional, comumente restritos a indústrias e comunidades com alto poder aquisitivo, a fim de melhorar a situação produtiva dessas comunidades menos favorecidas. A próxima etapa do projeto explorará essa aplicação. As palavras-chave que orientam esta pesquisa são: Pesquisa Operacional, Economia Circular e Economia Solidária.

Figura 01: Mapa da localização das sedes por regiões em Florianópolis



Fonte: <https://www.pmf.sc.gov.br/entidades/educa/index.php?cms=sobre+o+programa&menu=16&submenuid=2445>



## REFERÊNCIAS

KRONENBERGER, Bruna da Cunha; SABOYA, Renato Tibiriçá de. Entre a servidão e a beira-mar: um estudo configuracional da segregação socioespacial na Área Conurbada de Florianópolis (ACF), Brasil. **urbe. Revista Brasileira de Gestão Urbana**, v. 11, 2019.

SARMENTO, Hélder Boska de Moraes; CORTIZO, María Del Carmen. Espaço e desigualdade: Maria Inês Sugai. **Revista Katálysis**, v. 19, p. 224-231, 2016.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE. **ibge.gov.br**

UNITED NATIONS DEVELOPMENT PROGRAMME - PNUD Brasil - **undp.org/pt/brazil**

CARAVELA DADOS E ESTATÍSTICA - **caravela.info**

SINGER, Paul. **Introdução a Economia Solidária**. 1 ed- São Paulo: Editora Fundação Perseu Abramo, 2002.

## **EQUILÍBRIO DE NASH E ÓTIMO DE PARETO: UMA ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DO TRANSPORTE PÚBLICO EM SÃO PAULO ATRAVÉS DA TEORIA DOS JOGOS**

SOARES, Higor<sup>60</sup>

PIANEZZER, Guilherme Augusto<sup>61</sup>

O presente estudo discorre sobre a Teoria dos Jogos aplicada ao transporte público na cidade de São Paulo, buscando identificar quais são as melhores estratégias disponíveis tanto para a empresa de ônibus quanto para os usuários do transporte público. O objetivo geral é realizar a análise da situação do transporte público em São Paulo por meio da Teoria dos Jogos, para identificar as estratégias dos jogadores envolvidos e buscar por uma solução ótima para o problema, já no objetivo específico, buscamos identificar o equilíbrio de Nash na situação em questão e compará-lo com o Ótimo de Pareto, com o intuito de avaliar o cenário mais vantajoso para os participantes. Este trabalho é de natureza teórica, ou seja, baseado em pesquisa bibliográfica, onde foram consultados livros e outros conteúdos relacionados ao tema, a fim de obter informações e subsídios para análise e discussão dos resultados. A partir dessa análise sobre a situação do transporte público na capital paulista, limitamos os jogadores envolvidos e determinamos que as opções da empresa resumiam-se em: manter a frota original ou que aumentasse essa quantidade de veículos e o usuário tinha a possibilidade de utilizar ou não o transporte, com isso conseguimos a identificação que, no equilíbrio de Nash, a empresa de ônibus busca a maximização do seu lucro, oferecendo uma quantidade pré-determinada de linhas e veículos para transitar nos itinerários, o que resulta a um serviço de baixa qualidade e com relação os passageiros, submetem-se a utilizar os ônibus com lotação excedente por ser o meio disponível que apresenta um custo-benefício ainda assim favorável. Por outro lado, no Ótimo de Pareto, a empresa

---

<sup>60</sup> Discente do curso de Bacharelado em Matemática do Centro Universitário Internacional UNINTER. E-mail: higorcvb@gmail.com

<sup>61</sup> Docente do curso de Bacharelado em Matemática do Centro Universitário Internacional UNINTER. E-mail: Guilherme.pi@uninter.com

de ônibus tem incentivos e meios para alcançar um novo patamar de excelência na qualidade do serviço prestado, de modo a beneficiar imediatamente os usuários e posteriormente um possível ganho financeiro. A partir dos resultados obtidos, observamos que o Ótimo de Pareto é o melhor resultado, beneficiando as pessoas que utilizam esse meio de transporte quanto à empresa, porém, é importante levar em consideração que, para atingir esse resultado utópico, pode ser preciso uma interferência governamental, necessitando que exerça suas funções e atue como regulador, incentivando a colaboração da empresa para garantir a oferta de serviço adequado de transporte público para a população. A Teoria dos Jogos pode ser uma ferramenta poderosa a ser utilizada para ajudar na resolução de problemas em geral do cotidiano da comunidade, como por exemplo, o problema explanado nesse estudo, fornecendo um modelo matemático que permite identificar as estratégias dos jogadores e com isso possibilidades de soluções, para isso, a identificação e a compreensão do equilíbrio de Nash e o Ótimo de Pareto, como é fundamental para as tomadas de decisões, para que beneficiem o público em geral, ao invés de apenas algum jogador. Portanto, é importante que os gestores públicos tomem conhecimento dos conteúdos presentes na Teoria dos Jogos, e com isso possam enxergar como um mecanismo importante para evidenciar as possibilidades e auxiliar nas decisões e suas consequências para o problema que envolva a interação entre diversos jogadores.

# DESENVOLVIMENTO DE PESQUISA

*na área de exatas nos tempos atuais*

A obra “Desenvolvimento de Pesquisas na Área de Exatas em Tempos Atuais” reúne diferentes estudos que tratam de metodologias contemporâneas utilizadas na área das exatas, bem como suas aplicações práticas. Contém 18 capítulos escritos por alunos e professores dos cursos de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, Física e Química de uma instituição de ensino superior no Brasil. A leitura é relevante para educadores, pesquisadores e estudantes interessados em tendências educacionais e práticas voltadas para as ciências exatas. A obra apresenta teorias, metodologias e oferece aplicações práticas que visam demonstrar a importância e a utilidade das pesquisas em diferentes contextos sociais.